

I. Ha az ABC háromszög a belsejében vagy a kerületén tartalmazza a köréje írt k kör O középpontját, akkor tartalmazza ennek OA sugarát is, ez viszont O körül forgatva k egész területét sűrolja. Így a háromszög nem tartalmazhatja O -t, vagyis tompaszögű, továbbá k -nak nem sűrolt része egy a k -val koncentrikus kör belseje.

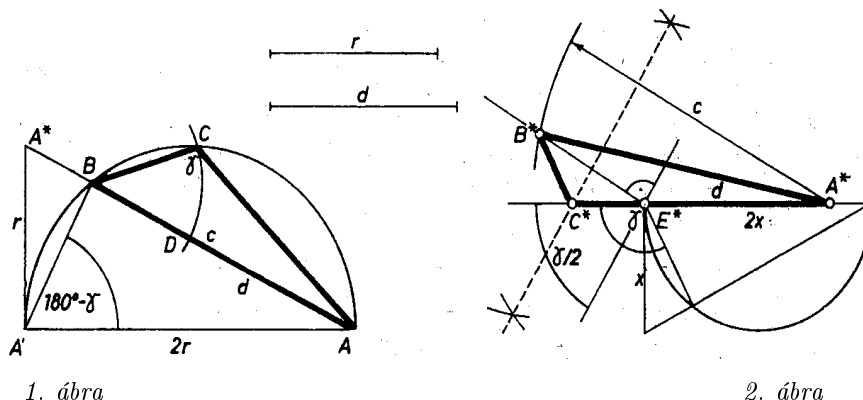
k sugarát r -rel jelölve a nem sűrolt kör területe $\pi r^2/5$, így sugara $r/\sqrt{5}$ nyilvánvalóan ennyi a háromszög leghosszabb, mondjuk AB oldalának O -tól való távolsága, az oldal hossza pedig

$$c = 2\sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot r.$$

Ez egyenlő pl. egy r , $2r$ befogókkal bíró derékszögű háromszögben a $2r$ befogónak az átfogón levő vetületével, tehát megszerkeszthető.

II. Az adott d különbség kétféleképpén értelmezhető: 1. mint AB és a C -ben összefutó oldalak egyikének, mondjuk CB -nek különbsége, 2. a CA , CB oldalak különbsége.

Az 1. értelmezés esetén, mivel AB a legnagyobb oldal, $d = AB - BC$, így $BC = AB - d$, tehát A -ból B felé fölmérve az $AD = d$ szakaszt, C -t kimetszi k -nak rövidebb AB ívéből a B körül BD sugárral írt körív (1. ábra).



1. ábra

2. ábra

A 2. értelmezés esetében lényegében azt az alapszerkesztést alkalmazhatjuk, amikor adott a háromszög egy oldala, további két oldalának különbsége és az utóbbiak közti szög, hiszen AB -nek k -ban való elhelyezése után $\gamma(> 90^\circ)$ ennek látószöge a rövidebb AB ív pontjaiból. Eszerint egy $90^\circ + \gamma/2$ nagyságú, E^* csúcsú szög egyik szárára fölmért d szakasz A^* végpontja körüli c sugarú körívvel kimetszük a másik szárból B^* -ot, végül E^*B^* felező merőlegesével az A^*E^* egyenesből C^* -ot, ekkor $A^*B^*C^*$ az előírásoknak eleget tevő háromszög (2. ábra).

III. A szerkesztések helyessége nyilvánvaló, a megoldás mindegyik értelmezés esetében (vagyis ha már megállapodtunk d értelmezésében) a szimmetriától eltekintve egyértelmű, és végrehajtható, ha d kisebb az adódott c oldalnál.