

I. Legyen az út vízszintes szakasza x km, a B felé emelkedő, ill. lejtő szakasz y , ill. z km, így A felé z km az emelkedő és y km a lejtő. Az egyes szakaszok megtételével eltöltött időket az $\text{idő} = \frac{\text{út}}{\text{sebesség}}$ összefüggés alapján kifejezve a három ismeretlenre csupán két egyenletet állíthatunk fel:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 2,3, \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 2,6.$$

Az útvonal $s = x + y + z$ hosszát azonban mégis pontosan megadhatjuk, mert a két egyenletet összeadva x , y és z együtthatója egyenlőnek adódik:

$$\frac{1}{2}(x + y + z) = \frac{s}{2} = 4,9, \quad s = 9,8 \text{ km.}$$

Az útvonal egyes szakaszainak hosszát külön-külön nem állapíthatjuk meg, de kiszámíthatjuk a $z - y$ különbséget, a második egyenletből az első kivonva

$$\frac{1}{6}(z - y) = 0,3, \quad z - y = 1,8 \text{ km,}$$

vagyis B felé 1,8 km-rel több a lejtő.

II. A második esetben a távolságok fenti jele mellé megkülönböztetésül vesszőt írunk. Két egyenletünk, majd összegük így alakul

$$(1) \quad \frac{x'}{4} + \frac{y'}{3} + \frac{z'}{5} = 2,3,$$

$$(2) \quad \frac{x'}{4} + \frac{y'}{5} + \frac{z'}{3} = 2,6,$$

$$(3) \quad \frac{x'}{2} + \frac{8}{15}(y' + z') = 4,9.$$

Itt s' -t nem állapíthatjuk meg egyértelműen, de korlátokat adhatunk az értékére.

Alsó korlátot kapunk, ha x' együtthatóját annyira növeljük, mint y' és z' közös együtthatója, mert így a bal oldalt növeljük:

$$\frac{8}{15}(x' + y' + z') = \frac{8s'}{15} > 4,9, \quad s' > 9\frac{3}{16} \text{ km.}$$

Csak akkor lehetne egyenlő s' a kapott alsó korláttal, ha a változtatással nem növeltünk volna, azaz ha $x' = 0$ volna, azaz ha nem volna az úton vízszintes szakasz; ezt azonban a feladat kizárta.

s' felső korlátja céljára megállapítjuk a $z' - y'$ különbséget. (2)-ből (1)-et kivonva

$$\frac{2}{15}(z' - y') = 0,3, \quad z' = y' + 2,25 \text{ km.}$$

Ezzel (3) így alakul:

$$\frac{x'}{2} + \frac{8}{15} \cdot 2y' + \frac{8 \cdot 2,25}{15} = 4,9,$$

$$(4) \quad \frac{x'}{2} + \frac{8}{15} \cdot 2y' = 3,7,$$

és az útvonal hossza $s' = x' + 2y' + 2,25$. Mármint (4)-ben $2y'$ együtthatóját annyira csökkentve, mint x' együtthatója, a bal oldalt csökkentjük:

$$\frac{1}{2}(x' + 2y') < 3,7, \quad x' + 2y' < 7,4,$$

és így

$$s' < 9,65 \text{ km.}$$

Csak akkor lehetne egyenlő s' a kapott felső korláttal, ha $y' = 0$ volna – azaz ha B felé nem volna emelkedő –, ezt azonban a feladat kizárta. Ezek szerint

$$9,1875 \text{ km} < s' < 9,65 \text{ km.}$$

Megjegyzés. Az első esetben a vízszintes úton kifejtett v_0 sebesség az emelkedőn, ill. lejtőn kifejtett v_e , ill. v_i sebességnek éppen harmonikus középátlója:

$$\frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_0} = \frac{1}{v_e} + \frac{1}{v_i}, \quad v_0 = \frac{2v_e v_i}{v_e + v_i}.$$

Ez a magyarázata annak, hogy az út hosszúságára pontos értéket kaptunk. Lényegében az a helyzet, hogy a második számítás szerinti alsó és felső korlát az első esetben egymással egyenlőnek adódnék.