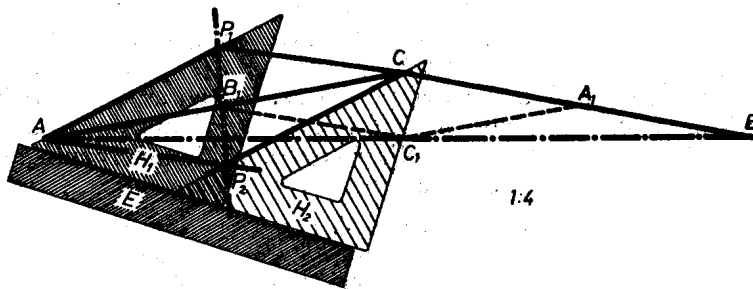


**I. megoldás.** Legyen a két megjelölt pont  $A$  és  $B$ . Illesszük az  $E$  egyenes vonalzót az  $A$  pontra úgy, hogy az egyik vége kb. 1–2 mm-re legyen  $A$ -tól, másrészt hogy az  $AB$  félegyenes várt helyzetéhez kis szöggel (legfeljebb kb.  $15^\circ$ -kal) hajoljon, és rajzoljunk  $AC$  szakaszt úgy, hogy  $C$  végpontja  $E$ -nek másik végétől 1–2 mm-re legyen (1. ábra).



1. ábra

Ekkor  $19 \text{ cm} < AC < 20 \text{ cm}$ , így  $AB < 38 \text{ cm}$  figyelembevételével  $BC < 20 \text{ cm}$ , a  $BC$  szakasz is megrajzolható E felhasználásával. Meg fogjuk szerkeszteni az  $ABC$  háromszög  $AC$ ,  $BC$  oldalának  $B_1$ , ill.  $A_1$  felezőpontját, majd ezekből az  $AB$  oldal  $C_1$  felezőpontját, ekkor az  $AC_1$ ,  $BC_1$  megrajzolható szakaszok egymás meghosszabbításába esnek és együtt kiadják az  $AB$  szakaszt.

$B_1$ -et egy olyan  $P$  paralelogramma középpontjaként szerkesztjük, melynek egyik átlója  $AC$ . Állítsuk  $E$ -t úgy, hogy egyik vége 1–2 mm-re legyen  $A$ -tól, ne fedje  $AC$ -t, és olyan szöggel hajoljon hozzá, hogy a  $H$  háromszögvonalzót  $E$ -re támasztva és rajta ide-oda csúsztatva az átfogó  $A$ -n is,  $C$ -n is átmenjen. Így  $A$ -n és  $C$ -n át megrajzolhatjuk  $P$  egyik oldalegyenes-párjának elég hosszú darabját. Ezt ismételve – kb.  $AC$ -re való tükröképpüként – a másik oldalt is megkapjuk, s ekkor a  $P$ -nek új,  $P_1$ ,  $P_2$  csúcsait összekötő átló  $AC$ -ből kimetszi  $B_1$ -et. Ugyanígy szerkesztjük  $A_1$ -et.

Most már  $C_1$  – a háromszög középvonalainak ismert tulajdonsága szerint – paralelogrammává egészíti ki az  $A_1$ ,  $C$ ,  $B_1$  pontokat, tehát megszerkeszthető, mint az  $AC$ -vel  $A_1$ -en át és a  $BC$ -vel  $B_1$ -en át húzott párhuzamosok metszéspontja. Az új paralelogramma oldalai kisebbek 10 cm-nél, hegyes szögei kisebbek  $30^\circ$ -nál, így  $A_1C_1$  és  $B_1C_1$  az előbbiekhöz hasonlóan megrajzolhatók.

Szerkesztésünk elvi helyessége a paralelogramma tulajdonságainak és a csúsztatással való párhuzamos-rajzolásnak ismeretében nyilvánvaló.

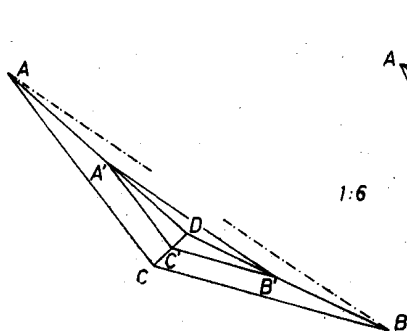
*Lenquel Erzsébet* (Budapest, Berzsényi D. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzés.* Nem volt célunk számítási bizonyítást adni arra, hogy E-nek és H oldalainak hossza elegendő a leírt egyenesek megrajzolásához.

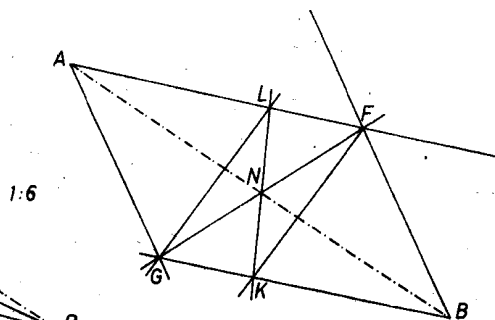
**II. megoldás.** Legyen  $D$  az előbbi  $ABC$  háromszögnek olyan belső pontja, amely a csúcsok mindegyikével összeköthető, továbbá  $C'$  a  $CD$  szakasznak  $D$ -hez közelebbi pontja (2. ábra). Messe a  $C'$ -n át  $CA$ -val,  $CB$ -vel húzott párhuzamos  $DA$ -t  $A'$ -ben,  $DB$ -t  $B'$ -ben, ekkor az  $A'B'C'$  háromszög az  $ABC$  háromszögnek kicsinyített képe a  $D$  hasonlósági középpontra nézve, a kicsinyítés aránya kisebb  $1/2$ -nél, így az  $A'B'$  oldal – ami párhuzamos a keresett  $AB$ -vel – megrajzolható.

Erre támaszkodva  $H$  csúsztatásával megrajzolhatjuk az  $AB$ , valamint a  $BA$  félegyenesnek egy-egy az átfogónál nem nagyobb szakaszát, és mindkettő része az  $AB$  szakasznak.

*Lehőcz Ágnes* (Budapest, Berzsényi D. Gimn., I. o. t.)



2. ábra



3. ábra

**III. megoldás.** Mindjárt kezdetben felhasználjuk, ami az előző megoldás végén hiány maradt, hogy megrajzolt egyenesszakaszt meghosszabbíthatunk, hiszen kijelölhetünk rajta alkalmas 2 pontot és ezekre a vonalzót új helyzetben

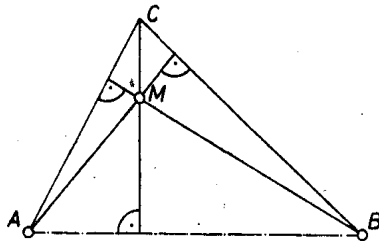
illeszthetjük rá. Egy ilyen meghosszabbító egyenes-rész természetesen mindig kisebb a vonalzó hosszánál, viszont az eljárást elég sokszor ismételve, az egyenes tetszés szerinti hosszú szakasza kirajzolható.

Ennek alapján egy az  $A$ -ból induló félegyenest addig hosszabbítunk, hogy  $B$ -hez legközelebbi pontjának egy környezete is meg legyen rajzolva (3. ábra). Ekkor csúsztatással párhuzamost húzhatunk vele  $B$ -n át. (Szükség esetén a csúsztatást is ismételhetjük, váltakozva  $H$  befogói mentén, ferdén jobbra, ill. balra.) Megismételve ezt egy más irányú párhuzamos egyenespárral, kapunk egy  $AB$  átlójú  $AFBG$  paralelogrammát. Húzzunk továbbá  $F$ -en és  $G$ -n át az eddigiektől különböző irányú olyan párhuzamosokat, melyek metszik a  $BG$ , ill.  $AF$  szakaszt  $K$ -ban, ill.  $L$ -ben, ekkor  $FKGL$  ugyancsak paralelogramma. Az irányok alkalmas megválasztásával elérhető, hogy az  $FG$  és  $KL$  átlók közvetlenül megrajzolhatók, felezik egymást egy  $N$  pontban, és ez  $AFBG$ -nek is középpontja. Így pedig – ismét az  $AN$  és  $NB$  részekből – megkapjuk az  $AB$  egyenesszakaszt.

*Gyimesi Ferenc* (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzés.* Mivel tudjuk, hogy az  $FG$  átló átmegy az  $AB$  szakasz  $N$  felezőpontján, *elvileg* egyszerűbb, ha még egy  $AF'B'G'$  paralelogrammát szerkesztünk, és akkor  $FG$ ,  $F'G'$  metszéspontja  $N$ . Ebben az  $AF$ ,  $BG$  egyenesek kétszeri felhasználását jelentené, ha  $AK$ -t és a vele párhuzamos  $BL$ -et húznók meg. *Gyakorlatilag* viszont az olyan eljárás egyszerűbb, amely minél kevesebbszer használja fel egyenesszakasz meghosszabbítását.

**IV. megoldás.** A III. megoldásban látottak szerint olyan  $AC$ ,  $BC$  félegyenéseket rajzolunk, hogy az  $ABC$  háromszög hegyesszögű legyen, de az  $ACB$  szög ne legyen sokkal kisebb derékszögnél (4. ábra).



4. ábra

Csúsztatásokkal, végül  $H$  derékszöggel való átbillentésével megrajzolhatjuk háromszögünk  $A$ -ból és  $B$ -ből induló magasságegyenesét. Ezek  $M$  metszéspontja a háromszög magasságpontja, tehát  $CM$  a harmadik magasságegyenes. Így pedig az  $A$ -n átmenő és  $CM$ -re merőleges egyenes a keresett  $AB$  (oldal-) egyenes.

*Terlaky Edit* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzés.* A felhasználható két vonalzó rövideége nem tette lehetővé, hogy távol fekvő pontok által meghatározott egyenest közvetlenül megrajzoljunk. Viszont egy már kijelölt egyenest tetszőlegesen meghosszabbíthatunk, és két közel fekvő pontjával adott tetszőleges egyenessel tetszőleges ponton át tudunk párhuzamost húzni, és tetszőleges egyenesre tetszőleges pontból merőlegest bocsátani. Mint láttuk, ezek a lépések már elegendők a távol fekvő pontok által meghatározott egyenesek kerülő úton való megrajzolásához.