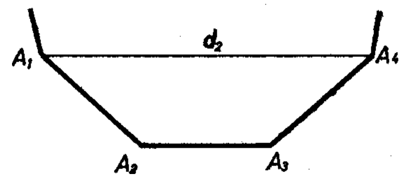
Mivel a megrajzolt átlók nem metszhetik egymást, a keletkezett háromszög csúcsaiként csak az adott S_9 szabályos kilencszög csúcsai szerepelhetnek. Ezért a háromszögek minden szöge S_9 valamelyik szöge vagy annak része lesz. Fordítva, S_9 minden szöge – esetleg feldarabolva – fellép valamelyik háromszögben. Így a háromszögek szögeinek $n \cdot 180°$ összege – ahol n a keletkezett háromszögek száma – egyenlő S_9 szögeinek összegével, ami viszont $7 \cdot 180°$; ezért S_9 minden olyan háromszögelésében, melyben átlók nem metszik egymást, $n = 7$ háromszög keletkezik, tehát 6 átlót kell berajzolnunk.

S_9 nek 3-féle átlója van, ti. az átlónak az O középpontot nem tartalmazó oldalán 1, 2 vagy 3 lehet a lemetszett csúcsok száma; nevezzük ezeket rendre d_1, d_2, d_3 típusú átlónak.

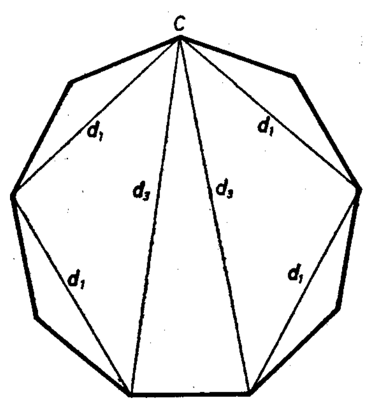


1. ábra

A kívánt feldarabolásban nem léphet fel d_2 típusú átló, mert ennek O-t nem tartalmazó oldalán egy négyszög állna, pl. az 1. ábrán $A_1A_4A_3A_2$, ezt a fentihez hasonló meggondolás szerint egyetlen további átló berajzolásával még fel kellene osztanunk két háromszögre, ekkor pedig A_2 és A_3 valamelyike 2, azaz páros számú háromszögnek lenne csúcsa, amit a feladat kizárt.

d_3 típusú átlóból legföljebb 2-t rajzolhatunk be úgy, hogy ne messék egymást, 2 egy csúcsból indulót; csak d_1 típusú átlókra gondolva pedig legföljebb 4-et rajzolhatunk be, ezeknek páronként egymáshoz kell kapcsolódniuk, S_9-nek együttvéve 8 oldalát kell levágniuk. Így d_1 és d_3 típusú átlóból együttvéve legföljebb 6 rajzolható. Ezt előbbi eredményünkkel egybevetve kapjuk, hogy a kívánt felbontásban – amennyiben az egyáltalán lehetséges – két d_3 és négy d_1 típusú átlónak kell szerepelnie.

Mármost két, közös C csúcsból induló d_3 típusú átló között egy háromszög, két oldalukon pedig egy–egy ötszög keletkezik, és az utóbbiakba a további 2–2 d_1 típusú átló berajzolása egyértelmű (2. ábra).



2. ábra

A kapott feldarabolás a két d_3 típusú átló közti szög felezőjére szimmetrikus, másrészt S_9 bármelyik csúcsa az előbb megválasztott C helyére fordítható úgy, hogy S_9 a maga egészében önmagával fedésbe jusson, így további feldarabolás valóban nem lehetséges. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Várhegyi Éva (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A feladat témája rokonságban áll az 1967. évi Kürschák–verseny 2. feladatával.[1]
Egy szabályos hétszög (további korlátozás nélküli) háromszögelésével foglalkozott az 1187. feladat.[2]

[1]Lásd Hajós György: Az 1967. évi Kürschák József matematikai tanulóverseny feladatainak megoldása, K. M. L. 36 (1968) 193–202. o.
[2]K. M. L. 26 (1963) 124–127. o.