

A távolságadatokat hektométerekben feltüntetve gondolhatjuk, a tizedesvesszőre csak annyiban kell tekintettel lennünk, hogy a 0-t és az egyjegyű számokat 0-val kiegészítve kétjegyűnek írjuk.

a) A két szám utolsó jegyei különbözők, hiszen egyező jegyek összege páros, s így nem adhatja utolsó jegyül 777 utolsó jegyét. Ekkor feltételünk szerint csak ez a két jegy léphet fel mind a két távolságadatban. Jelöljük ezeket A -val és B -vel. Tízés átvitel sem léphet fel, mert ez csak a $8 + 9$ vagy $9 + 8$ összegből adódhatna, de akkor lenne 3-jegyű távolságadat 8 vagy 9 első jeggyel, ami nem lehetséges. Ugyanígy a tízesek jegyénél sem léphet fel átvitel, hiszen itt is csak az A és B jegy állhat és azok nem lehetnek 8 és 9. Így minden helyi értéknél külön 7-et kell adnia a jegyek összegének; és mivel csak az A és B jegy léphet fel, melyek összege 7, így minden helyen az egyik számban A -nak, a másikban B -nek kell állnia.

Ha az egyik szám 2-jegyű, akkor a másik 7-tel kezdődik, de akkor a többi helyen is csak 7 és 0 összegéből adódhat ki a 7, és így a kétjegyű számot is 3-jegyűnek írva továbbra is csak két különböző jegy lép fel.

A feltételnek megfelelő távolságjelző köveken az A jegy a 0, 1, ..., 7 jegyek bármelyike lehet. Ez meghatározza már B -t; a tízesek és a százask helyén is most már A -nak és B -nek kell állnia, csak a sorrendjük lehet mind a két helyen kétféle. Így $8 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ kövön szerepel csak kétféle számjegy. (Minden ilyen kövön a kétféle jegy 3–3-szor lép föl, kivéve a 0-t, amely 2-szer, mert a példák szerint az első oszlopban nem írták ki a 0-t.)

b) Legyen a csupa különböző számjegyet tartalmazó kövek távolsága a két végponttól $\overline{ABC}$, ill. $\overline{DEF}$, tehát $ABC + DEF = 777$. Közülük azoknak a számát, amelyeknek összeadásában nincs tízes átvitel, a fentihez hasonlóan kaphatjuk. Megjegyezzük, hogy ekkor is, ha egyik távolság kétjegyű szám – pl. az első –, akkor kiírva gondolhatjuk A helyére a 0-t, mert máshol úgysem léphet föl, különben a vele egy oszlopban álló jegy is 7 lenne, és D is.

Mindegyik oszlopban 7 a két jegy összege, és nem léphet föl 8-as és 9-es. Így C értéke 8-féle lehet, és ez meghatározza F -et, és $F \neq C$. B értéke a C és F betöltése után maradt 6-féle jegy bármelyike lehet, és az ebből adódó $E = 7 - B$ különbözik B , C , F mindegyikétől, hiszen $B + E$ páratlan, másrészt ha pl. E egyenlőnek adódnék C -vel, akkor egyszersmind $B = F$ lenne, amit B megválasztásával kizártunk. Végül hasonlóan A értéke a B és E betöltése után maradt 4-féle számjegy bármelyike lehet, ebből kiadódik D , és az mindegyik eddigi jegytől különböző. Ezek szerint az ilyen kövek száma $8 \cdot 6 \cdot 4 = 192$.

Ha van tízes átvitel a kő adataihoz tartozó összeadás egyes helyi értékű oszlopából, akkor a tízes oszlopból nem lehet átvitel, hiszen az első átvitel csak $C + F = 8 + 9$ -ból vagy $9 + 8$ -ból adódhat, így pedig $1 + B + E$ értéke legfőljebb $1 + 7 + 6 = 14$ lehet, holott 7-et írunk le belőle. Ezért csak két összeadástípus jön szóba:

$$\begin{array}{ll} \alpha) & C + F = 17, \\ & B + E = 6, \\ & A + D = 7, \\ \beta) & C + F = 7, \\ & B + E = 17, \\ & A + D = 6. \end{array}$$

A párokon belüli sorrendtől egyelőre eltekintve a kívánt összegek lehetséges felbontásai a következők:

$$\begin{aligned} 17 &= 9 + 8, \\ 7 &= 7 + 0 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3, \\ 6 &= 6 + 0 = 5 + 1 = 4 + 2, \end{aligned}$$

vagyis 17-et csak egyféleképpen bonthatjuk fel, és a felhasznált két jegy nem csökkenti a 7 és 6 használható felbontásainak számát. A 0 jegy 7 és 6 felbontásában egyaránt felléphet, és ezek egyike mind az α) mind a β) esetben a százask helyi értékű oszlopba kerül, ahol a 0-t nem írjuk ki, ezért a 0 jegy két számpárban is előfordulhat. Így 7 első felbontásához 6-nak mind a 3 felbontását hozzákapszthatjuk, a további kettőhöz csak 1-et, 1-et, az utolsóhoz pedig 2-t. Így a három számjegy-párt $3 + 1 + 1 + 2 = 7$ -féleképpen választhatjuk meg. Tagjaik sorrendje mindegyik oszlopban egymástól függetlenül 2-féleképpen választható, eszerint az α) és β) eset egyaránt $7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 56$ megoldást ad.

Így a csupa különböző számjegyet tartalmazó kövek száma $192 + 56 + 56 = 304$. (Közülük $8 + 8 = 16$ kövön csak 5 jegy lép föl, a $76,8 * 0,9$ -esen, a $68,7 * 9,0$ -son és a belőlük az oszlopokbeli cserékkel adódókon.)

Csikvári András (Budapest, Berzsenyi D. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Teljes értékűnek fogadtuk el a b) kérdésre 288-cal ($304 - 8 - 8$) válaszoló dolgozatokat is. Örültünk volna azonban, ha a finomságként adódó további 16 követ még többen észrevették volna.