

I. megoldás. Egy 1900 előtt, mondjuk az $\overline{18XY} = 1800 + 10X + Y$ -edik évben született személy számjegyösszege

$$9 + X + Y,$$

egy 1900-ban, vagy utána, az $\overline{19ZV}$ -edik évben született személyé pedig

$$10 + Z + V.$$

Ugyanezen személyek életkora 1967-ben, 1968-ban, ill. 1966-ban rendre $1967 - (1800 + 10X + Y) =$

$$\begin{aligned} &= 167 - 10X - Y, & 168 - 10X - Y, & & 166 - 10X - Y, & \text{ ill.} \\ &67 - 10Z - V, & 68 - 10Z - V, & & 66 - 10Z - V. \end{aligned}$$

Ezek szerint Pista bácsira és idősebb fiára a következő két egyenlet egyike teljesül:

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3(9 + X + Y) = 167 - 10X - P, \quad \text{azaz} \quad 13X + 4Y = 140, \quad \text{vagy} \\ (2) \quad & 3(10 + Z + V) = 67 - 10Z - V, \quad \text{azaz} \quad 13Z + 4V = 37. \end{aligned}$$

(1)-ben X osztható 4-gyel, mert $4Y$ is, 140 is osztható vele, eszerint $X = 0, 4$, vagy 8 ; azonban még $X = 4$ esetén is (ami különben sem valószínű, mert így Pista bácsi kb. 120 éves lenne) $Y > 9$, így csak az $X = 8, Y = 9$ értékpárról, az 1889. évről lehet szó.

(2) így alakítható:

$$Z - 1 = 4(9 - 3Z - V),$$

eszerint $Z - 1$ osztható 4-gyel, továbbá $Z \leq 3$, mert különben a jobb oldal negatív. Így $Z = 1, V = 6$, eszerint szóba jön az 1916-os év is. Mivel Pista bácsi és nagyobbik fia nem születhettek ugyanabban az évben, Pista bácsi 1889-ben, fia 1916-ban született és életkoruk

$$\begin{aligned} 1967 - 1889 &= 3(1 + 8 + 8 + 9) = 78 \text{ év, ill.} \\ 1967 - 1916 &= 3(1 + 9 + 1 + 6) = 51 \text{ év.} \end{aligned}$$

Eszerint Pali édesapja 1916 után született, rá a

$$\begin{aligned} (3) \quad & 3(10 + Z + V) = 68 - 10Z - V, \\ & 13Z + 4V = 38 \end{aligned}$$

egyenlet teljesül, anyai nagyapjára pedig vagy ugyanez, vagy a következő:

$$\begin{aligned} (4) \quad & 3(9 + X + Y) = 168 - 10X - Y, \\ & 13X + 4Y = 141. \end{aligned}$$

Ezek így alakíthatók:

$$\begin{aligned} (3') \quad & Z - 2 = 4(9 - 3Z - V), \\ (4') \quad & X - 1 = 4(35 - 3X - Y), \end{aligned}$$

vagyis $Z - 2$, ill. $X - 1$ osztható 4-gyel. Ebből a fentiekhez hasonlóan $Z = 2, V = 3$, ill. $X = 9, Y = 6$, az évszámok 1923, ill. 1896. Pista édesapja 44 éves, 1968-ban $45 = 3(1 + 9 + 2 + 3)$ lesz, anyai nagyapja vagy ugyanennyi, vagy 71 éves és 1968-ban $72 = 3(1 + 8 + 9 + 6)$ éves lesz. Eldöntésére visszatérünk.

Pali anyai nagyanyjára nézve is két egyenlet állhat fenn:

$$\begin{aligned} (5) \quad & 3(9 + X + Y) = 166 - 10X - Y, & 13X + 4Y &= 139, \\ (6) \quad & 3(10 + Z + V) = 66 - 10Z - V, & 13Z + 4V &= 36. \end{aligned}$$

A fentiekhez hasonlóan $X + 1$ osztható 4-gyel, de (5) semmilyen elfogadható évszámmra nem teljesül, (6) pedig a $Z = 0, V = 9$ értékpárra, tehát a nagyanya 1909-ben született és 58 éves, 1966-ban $57 = 3(1 + 9 + 0 + 9)$ éves volt.

Így Pali édesanyjára

$$2(10 + Z + V) = 68 - 10Z - V, \quad 4Z + V = 16,$$

születési éve vagy 1928, vagy 1934, vagy 1940. Magára Palira

$$10 + Z + V = 67 - 10Z - V, \quad 11Z + 2V = 57,$$

Z páratlan, és csak $Z = 5, V = 1$ elfogadható, vagyis Pali 1951-ben született, most 16 éves. Végül Pali bátyjára

$$10 + Z + V = 68 - 10Z - V, \quad 11Z + 2V = 58,$$

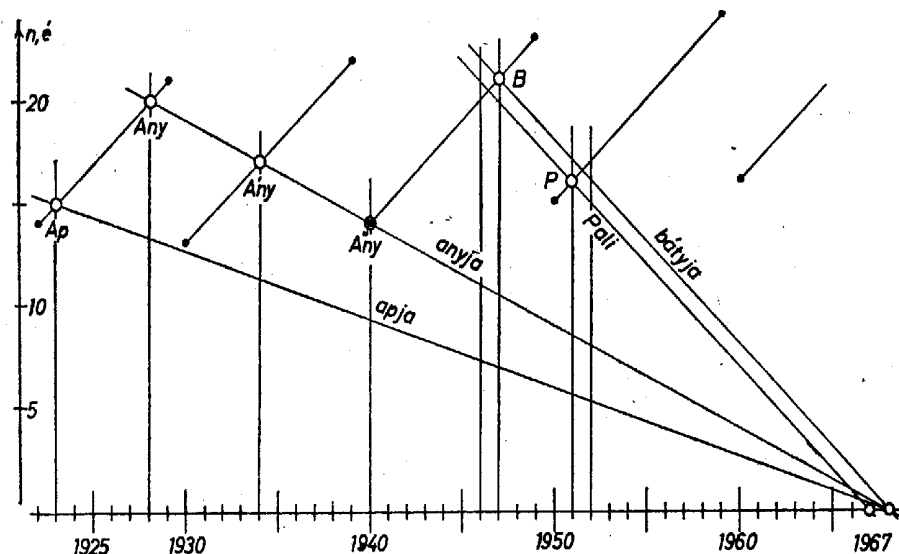
Z páros és csak $Z = 4$, $V = 7$, azaz 1947 elfogadható, Pali bátyja 20 éves.

Biztosra vehetjük így, hogy édesanyjuk és anyai nagyapjuk születési éve 1928, ill. 1896, tehát életkoruk 39, ill. 71 év.

Ezzel minden említett családtag életkorát meghatároztuk: Pali apai nagyapja 78 éves, anyai nagyszülei 71 és 58 évesek, szüleinek életkora 44 és 39 év, nagybátyjái 51, bátyjái 20, önmagáé pedig 16 év.

Tóth Tamás (Tatabánya, Árpád g. I. o. t.)

II. megoldás (vázlat). A feladatot megoldhatjuk grafikusan is. Az ábrán csupán Pali, szülei és bátyja életkorának, születési évszámának meghatározását mutatjuk be, így a folyóiratunk méreteire kicsinyített grafikonrészlet még áttekinthető.



Az emelkedő szakaszok az N születési évszámhoz a számjegyek n összegét tüntetik fel az $1922 \leq N \leq 1968$ intervallumban (lázgörbeszerűen, vagyis csak az egész abszcisszájú pontok lényegesek; a kerek tízes évszámoknál beálló nagyobb leugrásokat nem rajzoltuk be).

A „Pali” jelű süllyedő (balra emelkedő) egyenes pontjainak ϵ ordinátája viszont azt adja meg az N évben született emberekre, hogy hány év telik el születésüktől 1967-ig, azaz hogy az illetők 1967-ben hány évesek. Ennek is csak az egész abszcisszák fölötti pontjait tekintjük. Ez az egyenes a számjegy-összeg grafikont az 1951 abszcissza fölött metszi – ez Pali születési éve –, és egyszersmind a 16-os ordinátán, ez Pali életkora 1967-ben. A „bátyja” jelű egyenes ugyanezt adja 1968-ra, csak az 1947 abszcissza fölötti metszéspont értelmezhető.

Hasonlóan az „anyja”, „apja” felíratú egyenesek az N -ben született személyek 1968-beli életkorának felét, ill. 1968-beli életkorának harmadát tüntetik fel. Az előbbin látjuk az I. megoldásbeli 1940-es, 1934-es, 1928-as metszéseket, amelyekből más megfontolással választjuk ki a megoldást.

Farkas Gábor (Budapest, Eötvös J. g. I. o. t.)