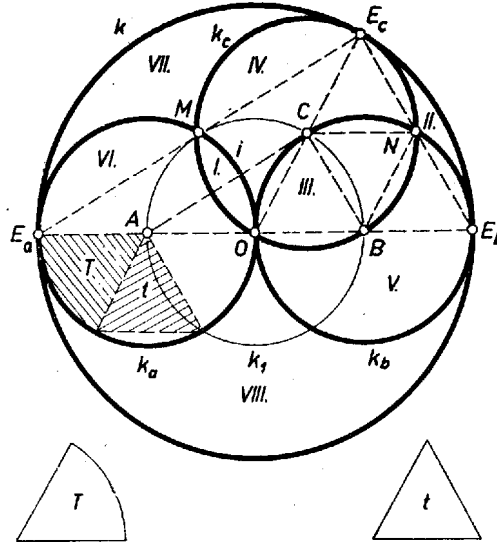


Legyen az adott kör k , középpontja O , sugara 2 egység, a k_a , k_b , k_c beírt kör középpontja rendre A , B , C , a k -val való érintkezési pontjuk rendre E_a , E_b , E_c , és az ABC háromszög csúcsainál levő szög rendre 30° , 60° , 90° .



A beírt körök sugara 1, mert pl. E_a rajta van az OA egyenesen, tehát $OE_a = 2$, a k_a -nak átmérője. Így A , B , C az O körül 1 sugárral írt k_1 körön vannak, ebben AB átmérő, mert C -ből derékszögben látszik, ezért k_a és k_b kívülről érintkeznek. Továbbá $BOC \angle = 2 \cdot BAC \angle = 60^\circ$, OBC egyenlő oldalú háromszög, k_b átmegy C -n, k_c átmegy B -n. Legyen végül a k_a , k_c körpár O -tól különböző metszéspontja M , a k_b , k_c , páré N . Így $OAMC$ és $OBNC$ rombuszok, hegyesszögük 60° .

Az E_a , E_b , E_c , O , M és N pontok k , k_a és k_b kerületét 3-3, k_c -ét pedig 4 ívre osztják (ti. olyan ívre, amelynek belsejében nincs megjelölt pont), a kis körvonalak a nagy kör területét az ábra szerinti I–VIII. részekre darabolják fel. Minden ív egész számszorosa a k_a és k_c egymással egyenlő $OM = i = \pi/3$ ívének: $E_bN = E_cN = i$, $E_bE_c = E_aM = E_cM = OBN = OCN = 2i$, $OE_a = OE_b = 3i$, $E_aE_c = 4i$, $E_bE_a = 6i$, így az I. rész kerülete $2i$, a II–III. részeké $4i$, a IV–VI. részeké $6i$, a VII.-é $8i$ és a VIII.-é $12i$. Nagyobb sorszámú rész kerülete nagyobb, vagy ugyanakkora, mint az 1-gyel kisebb sorszámú részé.

Mindegyik rész területét egyszerűen kifejezhetjük a kis körök egy 60° -os körcikke $T = \pi/6 (\approx 0,5236)$ területével és az egységnyi oldalú szabályos háromszög $t = \sqrt{3}/4 (\approx 0,4330)$ területével. Így a kis körökből egy 60° -os középponti szögű húrral levágott szelet területe $T-t$, és az I., VI., III., V., IV. rész területe rendre

$$\begin{aligned} t_I &= 2(T-t) = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 0,1812, \\ t_{VI} &= 6T - t_I = 4T + 2t = \frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 2,9604, \\ t_{III} &= 2t + 4(T-t) = 4T - 2t = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 1,2284, \\ t_V &= 6T - t_{III} = 2T + 2t = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} && \approx 1,9132, \\ t_{IV} &= 6T - (t_I + t_{III}) = 4t = \sqrt{3} && \approx 1,7321, \end{aligned}$$

k egy 60° -os körcikkének területe $4T$, a 2 egységnyi oldalú szabályos háromszög területe $4t$. Az E_bE_c húr átmegy N -en, ezért II. területe a k_b -ból az E_bN és k_c -ből az NE_c húrral lemetezett szeletek területének összegével kevesebb, mint a k -ból E_bE_c -vel lemetezett szeleté:

$$t_{II} = 4T - 4t - 2(T-t) = 2T - 2t = t_I.$$

A VIII. rész k alsó félkörének és k_a , k_b alsó félkörök összegének különbsége: $t_{VIII} = 12T - 2 \cdot 3T = 6T (= \pi)$, végül t_{VII} esetében hasonlóan az OE_aE_c körcikkéből k_a és k_c egy-egy félkörét vonjuk ki, egyiküket azonban közös részük, I. területével csökkentve

$$t_{VII} = 8T - 3T - (3T - t_I) = 4T - 2t = t_{III}.$$

(Másképpen: E_aE_c átmegy M -en, így k -nak egy 120° -os szeletéből ki kell vonnunk a kis kör két 120° -os szeletét: $t_{VII} = (8T - 4t) - 2(2T - t) = 4T - 2t$, mert pl. az AE_aM háromszög területe feleakkora, mint az $OAMC$ rombuszé, vagyis akkora, mint az OAM háromszögé.)

Így a részek a területek növekvő rendjében:

I. és II., III. és VII., IV., V., VI., VIII.

A kerületek szerinti sorrendhez képest csak VII. helyzete változott meg.

Eredményeink szerint a feldarabolással előállt, részek között vannak egyenlő kerületűek is, egyenlő területűek is, de nincs olyan idom-pár, amelynek kerülete is, területe is egyenlő volna.

Bencze Júlia (Budapest, Ságvári E. gyak. g. II. o. t.)

Sólyom Mihály (Eger, Alpári Gy. közg. szakközépisk. II. o. t.)