

Legyen a keresett szög pótszögének az előírt módon előállított alakja $A_1B_1^0C_1D_1'E_1F_1''$, és tegyük fel egyelőre, hogy a C_1D_1 és E_1F_1 kétjegyű számok is kisebbek 60-nál. Így a két szög összege a szögmásodpercek és szögpercek összevonása előtt $89^\circ 59' 60''$ lesz, hiszen nem kaphatunk sem $120''$ -et, sem $119'$ -et; ezért az összeadás akkor is helyes marad, ha a mértékegységek jeleit kihagyjuk és a 6–6 számjegyet 1–1 hatjegyű számnak tekintjük:

$$(1) \quad \begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \\ \hline A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 & F_1 \\ 8 & 9 & 5 & 9 & 6 & 0 \end{array}$$

Legyen a kettévágott mértékszám első része n -jegyű, így a második rész $m = 6 - n$ jegyű, a részek jegyeit 1–1 számmá egybeolvasva a részek u , ill. v . Így az eredeti hatjegyű szám $10^n \cdot u + v$ és így az áttolással létrejött szám $10^m \cdot u + v$, és így

$$(2) \quad (10^n + 1)u + (10^m + 1)v = 895\,960.$$

A bal oldali két tag szerepe szimmetrikus, így elég az $n \leq m$ eseteket vizsgálnunk, tehát n értékei: $n = 1, 2, 3$.

$n = 1$ esetén $m = 5$ és (2) együtthatói 11 és 100 001, az utóbbi is osztható 11-gyel, (2) jobb oldala viszont nem, így nincs megoldás.

Hasonlóan $n = 3 = m$ esetén (2) mindkét együtthatója 1001, és a jobb oldal nem osztható vele, így sincs megoldás.

$n = 2$ esetén felhasználjuk feltevésünket; hogy (1)-ben a tízes és az ezres helyi értékű oszlopban nincs maradékátvitel, így

$$(3) \quad \overline{EF} + \overline{AB} = 60, \quad \overline{CD} + \overline{EF} = 59, \quad \overline{AB} + \overline{CD} = 89.$$

E három egyenlet összegét 2-vel osztva

$$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = 104,$$

és ebből a (3) egyenleteket rendre kivonva $\overline{CD} = 44$, $\overline{AB} = 45$, $\overline{EF} = 15$, a keresett szög egy lehetséges értéke $45^\circ 44' 15''$, és ez valóban megfelel, a kettévágással és áttolással adódó $44^\circ 15' 45''$ valóban pótszöge ennek. – E két szög szerepét felcserélve megoldást kapunk $n = 4$ esetére.

II. Megmutatjuk, hogy nem kapunk további megoldást akkor sem, ha megengedjük, hogy $\overline{C_1D_1}$ és $\overline{E_1F_1}$ valamelyike nagyobb legyen 60-nál. Legyen a szögmásodpercekből összevonható szögpercek száma p , a percekből összevonható fokok száma f , így (3)-hoz hasonlóan

$$(4) \quad \overline{EF} + \overline{E_1F_1} = p \cdot 60, \quad \overline{CD} + \overline{C_1D_1} = f \cdot 60 - p, \quad \overline{AB} + \overline{A_1B_1} = 90 - f.$$

Ekkor is $p, f \leq 2$, hiszen pl. $CD < 60$, $C_1D_1 < 100$ miatt a második egyenlet bal oldala kisebb 160-nál, és emiatt $f < 3$. Másrészt $CD, EF \geq 10$ miatt $p, f \geq 1$. A $p = f = 1$ esetet már láttuk.

A $p = 1, f = 2$; $p = 2, f = 1$; $p = f = 2$ esetekben az átvitt többlet-maradék miatt (1)-ben rendre 891 960, 895 920, 891 920 az összeg. Fenti megfontolásainkat ismételve ezek egyike sem osztható sem 11-gyel, sem 1001-gyel, így (2)-re tekintettel $n = 1, 3$ és 5 esetén nincs megoldás. $n = 2$ esetén (4) bal oldalai azonosak (3) bal oldalával, az egyenletek összeadásával

$$2(\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF}) = 90 + 60(p + f) - (p + f),$$

a bal oldal páros, így $p + f$ is páros, tehát csak $p = f = 2$ jön szóba, és a fentiekhez hasonlóan $\overline{EF} = 75 > 60$ adódik, ami ki van zárva. $n = 4$ esetén hasonlóan $\overline{CD} = 75 > 60$, valóban nincs megoldás.