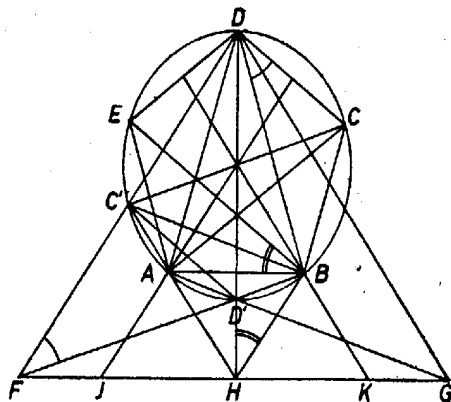


I. megoldás. Az F, G pontpár egymás tükörképe a kiindulási ötszög D -ből kiinduló szimmetriatengelyére, mert (1) és (2) szerint ez áll a szerkesztésükben felhasznált C, E , valamint B, A pontpárra, és így a DC, DE , ill. DB, DA egyenes párokra is. Ugyanezért, (3) szerint H rajta van a mondott tengelyen, tehát $FG \perp DH$. Mivel J, H, K a (4) szerint egy a DH -ra merőleges egyenes pontjai, azért csak azt kell eldöntenünk, merőleges-e FH a DH -ra. Igenlő válasz esetén a kérdéses 5 pont egy egyenesen van.

Mármost $\angle BFD = \angle BDC$, mert merőleges szárú szögek és mindkettő hegyesszög (ugyanis az előbbi a BDF derékszögű háromszög szöge, az utóbbi pedig az ötszög köré írt kör félkörnél kisebb BC ívének látószöge egy a nagyobb BC íven levő pontból).

Ugyanígy $\angle BHD = \angle EBA$, továbbá az utóbbi az ötszög szabályos volta miatt egyenlő a fenti $\angle BDC$ -gel, ezért $\angle BHD = \angle BFD$, tehát $BHFD$ húrnégyszög. Ekkor pedig $\angle FHD = \angle FBD$ derékszög, tehát az előrebecsátottak szerint az 5 pont egy egyenesen van.

Az (5) feltételeket nem kellett felhasználnunk.



II. megoldás. Messe a CD -re D -ben és a BD -re B -ben emelt merőleges az ötszög köré írt kört C' -ben, ill. D' -ben. Ezek a kör C -vel, ill. D -vel átellenes pontjai, így egyrészt $\angle C'AC = 90^\circ$, tehát H -t a $C'A$ egyenes metszi ki DD' meghosszabbításából, másrészt C' és D' felezi a C -t nem tartalmazó AE ívet, ill. a D -t nem tartalmazó AB ívet, harmadrészt $\angle DC'D' = 90^\circ$. Tükrözzük az ábrát a $C'D'$ szakaszra. Megmutatjuk, hogy ekkor a BDF háromszög a HFD háromszögbe megy át. Ebből már következik $\angle DHF = \angle FBD = 90^\circ$, és ebből az, hogy az öt pont egy egyenesen fekszik.

A $DD'F$ háromszög egyenlő szárú, mert egyrészt $\angle D'DF$ a kör ötödrészét kitevő $C'D'$ ívén nyugszik, így 36° -os, a $\angle BFD$ pedig a kör $3/10$ -részényi BC' ívén nyugvó $\angle BDF$ pótszöge, s így szintén 36° -os. Így D tükörképe $C'D'$ -re F , és a DD' egyenes tükörképe az FD' egyenes. H tükörképe tehát az utóbbi egyenes metszéspontja $C'A$ tükörképével. Azonban $C'D'$ felezi az $\angle AC'B$ -et, mert D' felezi az AB ívet. Így AC' tükörképe BC' , a H ponté tehát B , és ezzel állításunkat igazoltuk.

Megjegyzés. Az érdeklődők vessék egybe a bizonyítottakat az 1440. feladatban megrajzolt vetület (K. M. L. 34 (1967) 98. o.) $H_7H_9H_1H_3H_5C_6C_9G_7G_9G_8$ pontrendszerével.