

I. Az a és b számok így alakíthatók:

$$\begin{aligned} a &= 2\sqrt{9 + 6\sqrt{10} + 10} - 2\sqrt{9 - 6\sqrt{10} + 10} = 2(3 + \sqrt{10}) - \\ &\quad - 2 \cdot |3 - \sqrt{10}| = 12, \\ b &= \sqrt{64 + 16\sqrt{101} + 101} - \sqrt{101 - 16\sqrt{101} + 64} = \\ &= 8 + \sqrt{101} - (\sqrt{101} - 8) = 16. \end{aligned}$$

Eszerint $\sqrt{b} = 4$, $a + \sqrt{b} = 16 = 4^2$ és P -ben a belső gyökök egymás utáni (más szóval jobbról bal felé való) kiszámítása során minden gyökvonás eredménye 4, tehát $P = 4$.

II. P -nek elsősorban azt a tulajdonságát akarjuk az alkotandó kifejezésbe átvinni, hogy b olyan (pozitív) szám, hogy négyzetgyökét a -hoz adva visszkapjuk b -t:

$$a + \sqrt{b} = b, \quad b = (b - a)^2.$$

Ekkor ugyanis a hozzáadás és a négyzetgyökvonás műveletét váltakozva akárhányszor ismételjük, váltakozva két eredmény lép fel: b és $\sqrt{b}$.

Eszerint b , a számpárként megfelel pl. 36 és 30, vagy 25 és 20, vagy $9/4$ és $3/4$ stb.

Másrészt az a és b racionális számokat különbséggként akarjuk kapni, pl.

$$a = \sqrt{x + \sqrt{y}} - \sqrt{x - \sqrt{y}}$$

alakban, ahol x, y racionális számok, és $x \pm \sqrt{y}$ valamely z, u (pozitív) racionális számokból képezett $\sqrt{z} \pm u$ szám négyzete: $z + u^2 \pm 2u\sqrt{z}$, vagyis $x = z + u^2$, $y = 4u^2z$. Ennek megfelel $u = a/2$ és bármely z , ami nagyobb, mint u^2 (másképpen z ne legyen teljes négyzet). Pl.

$a = 30$ -hoz $u = 15$, $z = 513$, $y = 259\,200$,

$b = 36$ -hoz $u = 18$, $z = 360$, $x = 684$, $y = 466\,560$, vagyis a fenti P kifejezés céljára:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{513 + 360\sqrt{2}} - \sqrt{513 - 360\sqrt{2}}, \\ b &= 2\sqrt{171 + 54\sqrt{10}} - \sqrt{684 - 216\sqrt{10}}. \end{aligned}$$

Bérczi Szaniszló (Szeged, Ságvári E. gyak. g. III. o. t.)

Várhegyi Éva (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)

Lőrincz András (Budapest, Kölcsey F. g. II. o. t.)

Megjegyzés. A P -beli összeadás és négyzetgyökvonás helyett más két műveletet is váltakoztathatunk (sőt 2-nél többet is). Két ilyen példa:

$$R = \sqrt[3]{a^2 + a\sqrt[3]{a^2 + \dots + a\sqrt[3]{a^2 + a\sqrt[3]{b}}}}$$

ahol $a^2 + a\sqrt[3]{b} = b$ pl. $b = 8$, $a = 2$ (bár itt a 8 teljes köb);

$$S = \frac{1}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \dots + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}}}},$$

$$\text{ha } a + \frac{1}{b} = b,$$

$$\text{vagyis } a = b - \frac{1}{b}.$$

Hárs László (Budapest, Kölcsey F. g. II. o. t.)