

Csak arra vagyunk tekintettel, milyen összeadandókból állítjuk elő a 40-et, az összeadandók sorrendjére nem, így növekvő sorrendben fogjuk felsorolni a tagokat. Az előállításokat a tagok száma szerint csoportosítjuk.

Mivel a 40 páros szám, az összeadandók száma páros lesz és legfeljebb 6, mert 8 különböző pozitív páratlan szám összege már nem kisebb, mint $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$.

a) Mivel a tagok különbözők, a kéttagú előállítások első tagja nem érheti el a 40 felét, vagyis legfeljebb 19 lehet. 19-ig annyi páratlan szám van, mint 20-ig páros, ezek száma pedig $20 : 2 = 10$, ennyi az ilyen előállítások száma.

b) Négytagú előállításokat keresve az első két tagot minden lehetőség szerint megválasztjuk, így – mint majd látjuk – kérdésünk visszavezethető az a) esetre. Legyen először az első két tag $1 + 3 = 4$. Ekkor a további kettő összege $x + y = 36$, de mindegyikük nagyobb 3-nál, és így a rá következő páros számnál, 4-nél is, ezért $x - 4$ és $y - 4$ ismét pozitív páratlan számok, és $(x - 4) + (y - 4) = 40 - 3 \cdot 4 = 28$. Ezért a fenti megfontoláshoz hasonlóan $\frac{28}{2} : 2 = 7$ előállítást kapunk. Pl. az első, $x - 4 = 1$ esetén $y - 4 = 27$, és így $40 = 1 + 3 + x + y = 1 + 3 + 5 + 31$; az utolsó pedig az $x - 4 = 13$, $y - 4 = 15$ párból: $1 + 3 + 17 + 19$.

5-öt véve 2. tagként a 3 helyett, hasonlóan $x, y > 5 + 1 = 6$; $(x - 6) + (y - 6) = 40 - 3 \cdot 6 = 22$. Itt az első összeadandó legfeljebb $22 : 2 - 1 = 10$ lehet, odáig a páratlan számok száma, a szám egész részének szokásos jelölésével

$$\left\lfloor \frac{\left(\frac{22}{2} - 1\right) + 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{22}{4} \right\rfloor = 5.$$

Ugyanígy kapjuk az $1 + 7$ -tel, $1 + 9$ -cel, $1 + 11$ -gyel kezdődő felbontások számát:

$$\left\lfloor \frac{40 - 3 \cdot 8}{4} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{16}{4} \right\rfloor, \quad \left\lfloor \frac{10}{4} \right\rfloor, \quad \left\lfloor \frac{4}{4} \right\rfloor.$$

Célszerű eredményeinket táblázatban gyűjteni, az eddigiek alkotják a táblázat első sorát. $1 + 13$ -mal már nem kezdődhet felbontás, mert $1 + 13 + 15 + 17 > 40$.

Első tagként 3-at véve eddigi megfontolásunkat az alábbiak szerint ismétljük: minden tag nagyobb 2-nél, így elég a tagok 2-n felüli részét keresnünk – ami ismét páratlan –, ezek összege $40 - 4 \cdot 2 = 32$. A 40-es szám $3 + 5$ -tel, $3 + 7$ -tel, $3 + 9$ -cel kezdődő felbontásainak száma rendre annyi, mint ahány felbontása kezdődik 32-nek $1 + 3$ -mal, $1 + 5$ -tel, $1 + 7$ -tel, vagyis rendre $\left\lfloor \frac{32 - 3 \cdot 4}{4} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{4} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{14}{4} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{8}{4} \right\rfloor$ (táblázatunk 2. sora).

Első tagként 5-öt, majd 7-et véve az iménti 32 helyére $40 - 4 \cdot 4 = 24$, majd 16 lép, és a táblázat 3., majd 4. sorába rendre a $\left\lfloor \frac{24 - 12}{4} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{24 - 18}{4} \right\rfloor$, ill. $\left\lfloor \frac{16 - 12}{4} \right\rfloor$ szám jut. Ezzel befejeztük a négytagú előállítások megszámlálását, hiszen első tagként 9-cel próbálkozva már legalább 48-at kapnánk összegül.

második tag

		3	5	7	9	11
el-	1	7	5	4	2	1
ső	3	×	5	3	2	–
tag	5	×	×	3	1	–
	7	×	×	×	1	–

c) A hattagú felbontások számbavételét az első 4 tag megválasztásával kezdjük. $1 + 3 + 5 + 7$ -tel kezdve az utolsó két tagra $x + y = 24$ és $x, y > 8$, így $(x - 8) + (y - 8) = 8$. Ilyen felbontás a fentiek mintájára 2 van: az $1 + 7$ -ből és $3 + 5$ -ből adódó $x + y = 9 + 15$ és $11 + 13$. Másképpen nem is választható az első négy tag, ugyanis már $1 + 3 + 5 + 9 + 11 + 13 > 40$.

Mindezek szerint a kívánt előállítások száma $10 + 34 + 2 = 46$.

Újj Piroska (Nagybátöny-Bányaváros, g. II. o. t.)
Gajdács Ibolya (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)