

Nyilvánvaló, hogy a keresett legkisebb szám $n = 10n'$, a legnagyobb pedig $N = 10N'$ alakban írható, ahol n' , N' a 36-nak az a legkisebb, ill. legnagyobb, 7-jegyű, csupa különböző jeggel írt többszöröse; melyben nem lép föl a 0 számjegy.

Mivel n' , N' osztható 36-tal, osztható 9-cel is, 4-gyel is, és fordítva, ha osztható mindkettővel, akkor a szorzatukkal is, mivel 9 és 4 egymáshoz relatív prímek. Mint ismeretes, a 4-gyel való oszthatóság csak az utolsó két jegy megválasztásán múlik, beleértve sorrendjüket is; a 9-cel való oszthatóságban viszont a szám minden jegye szerepet játszik, de sorrendjük nem lényeges, a jegyek összegének kell oszthatónak lennie 9-cel.

A szóba jövő számjegyek összege $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, osztható 9-cel, közülük kettő nem léphet föl, ezek összege szintén osztható kell legyen 9-cel és legfőljebb $9 + 8 = 17$, tehát a föl nem használt számjegyek összege 9. A mellőzés lehetőségei:

$$(1) \qquad 1 \text{ és } 8, \quad 2 \text{ és } 7, \quad 3 \text{ és } 6 \quad \text{vagy} \quad 4 \text{ és } 5.$$

N' -t lehetőleg nagy jegyekkel akarjuk kezdeni, így próbáljuk meg a 4, 5 jegyeket hagyni el, amelyek nagyobbika a lehető legkisebb. Próbálkozzunk a maradó számjegyek közül a legnagyobbakkal kezdődő 9876... alakú N' -vel. Ha a hátra levő 1, 2, 3 jegyekből 2 áll N' végén, 1 és 3 bármelyik sorrendben biztosítja a 4-gyel való oszthatóságot, így a kérdéses számok legnagyobbika $N' = 9876312$ és $N = 98763120$.

Hasonlóan n' esetén az elhagyható számpárok kisebb jegyei közül a legnagyobbat, vagyis ismét a 4, 5-öt próbáljuk elhagyni és n' első három jegyéül 123-at választani. Ha a felhasználandó 6, 7, 8, 9 jegyek közül az utolsó a 6-os, előtte a tízesek száma páratlan kell legyen, így a 7896 végződés a legkisebb, ha pedig 8-as, akkor előtte páros tízes kell, 7968 adódik, ez nagyobb amannál. Ezek szerint $n = 12378960$.

Rákos Magdolna (Székesfehérvár, Teleki B. g. I. o. t.)