

$n = 2$ -re, 3 -ra és 4 -re polinom alakba rendezve $P_n(x)$ -et és $Q_n(x)$ -et, azt tapasztaljuk, hogy $P_n(x) + Q_n(x)$ csak másodfokú és x -et nem tartalmazó tagot tartalmazhat, illetőleg az utolsó esetben még negyedfokú tagot is, $P_n(x) - Q_n(x)$ az első esetben elsőfokú tagból, a továbbiakban pedig első- és harmadfokú tagból állhat.

Számításunkból már látszik, hogy általában $P_n(x) + Q_n(x)$ -ben x -nek az n -ediknél nem magasabb páros hatványai léphetnek csak fel, ide értve az állandó tagot is („ 0 -d fokú tag”-nak tekinthetjük), $P_n(x) - Q_n(x)$ -ben pedig csak a páratlanok. Valóban, $P_n(x)$ úgy áll elő $Q_n(x)$ -ből, hogy x helyére $-x$ -et írunk: $P_n(x) = Q_n(-x)$, tehát $C \cdot x^{2k}$ alakú tagjaik azonosak, Dx^{2k+1} alakú tagjaik pedig egymás (-1) -szeresei – ahol C és D együtthatók –, ezért $P_n(x) + Q_n(x)$ -ben kiesnek a páratlan kitevős hatványok, $P_n(x) - Q_n(x)$ -ben pedig a páros kitevős.

Páros n esetén az összeg n -edfokú, a különbség legfeljebb $n - 1$ -edfokú, – ugyanis x^{n-1} -nek $2(c_1 + c_2 + \dots + c_n)$ együtthatója 0 -nak is adódhat. Páratlan n esetén viszont a különbség n -edfokú, az összeg legfeljebb $n - 1$ -edfokú.

Alexits György (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)

Megjegyzés. $F(x) = P_n(x) + Q_n(x)$ -re és $G(x) = P_n(x) - Q_n(x)$ -re

$$\begin{aligned} F(-x) &= P_n(-x) + Q_n(-x) = Q_n(x) + P_n(x) = F(x), \\ G(-x) &= P_n(-x) - Q_n(-x) = Q_n(x) - P_n(x) = -G(x). \end{aligned}$$

Annak analógiájára, hogy F csupa páros kitevőjű hatványból, G csupa páratlanból áll, szokás az olyan f függvényt, amelyre $f(-x) = f(x)$, páros függvénynek, az olyan g függvényt pedig, amelyekre $g(-x) = -g(x)$, páratlan függvénynek nevezni.

Thék György (Budapest, Eötvös J. g. I. o. t.)