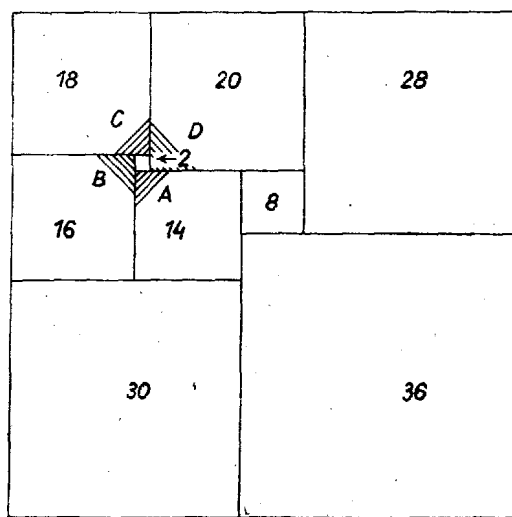


Megpróbáljuk megismételni András összeállítását. Az adott 9 négyzet területének összege 4224 területegység. Ha András állítása igaz, akkor a téglalap kétféle oldala mértékszámának szorzata is 4224, ezért keresnünk kell e szám előállításait két-tényezős szorzat alakban, egész számokból. Mivel azonban legnagyobb négyzetünk oldala 36 – és négyzeteink nem darabolhatók szét, azért a téglalap rövidebb oldalának, 4224 egyik tényezőjének legalább 36-nak kell lennie. Így viszont a hosszabb oldal, a másik tényező, legfeljebb annyi lehet, mint a $4224 : 36$ osztás egész része, 117.

Könnyen kereshetjük 4224 szorzat felbontását prímszámok hatványából képezett szorzatként való előállítása alapján: $4224 = 2^7 \cdot 3 \cdot 11$. Eszerint egyik tényező 11 olyan többszöröse, melynek ugyanilyen előállításában nem lép fel más prímszám, mint 2 és 3, és a 3 is legfeljebb az 1.. hatványon. Ilyen többszöröse a mondott korlátok között 44, 66 és 88, az előállítások

$$44 \cdot 96, \quad 66 \cdot 64, \quad 88 \cdot 48.$$

Az első és az utolsó előállításból adódó téglalapba a 36 oldalú négyzetet beillesztve a lefedetlen részben marad egy 36 egységnyi hosszú és 8, ill. 12 egységnyi széles sáv (téglalap) – vagy két olyan sáv, melyek szélessége együtt 8, ill. 12 egység –, hiszen a szét darabolás tilalma miatt a négyzetek oldalai csak párhuzamosak lehetnek a téglalap oldalaival. Ilyen sávba csak a 2 és 8 egységnyi oldalú négyzetünk fér bele, de együtt sem elegendők a sáv lefedéséhez, tehát e két felbontás nem adhatta András téglalapjának négyzeteit.



A 66 és 64 egységnyi oldalakkal bíró téglalap az ábra szerint kirakható négyzeteinkkel. Így Bélának nincs igaza. Andrásnak akkor van igaza, ha valóban megtalálta az ábránkbeli felbontást, vagy valamely más felbontást.

Göndöcs Ferenc (Kapuvár, II. sz. Ált. Isk. 8. o. t.)

Fischer Ágnes (Budapest, Móricz Zs. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Az ábrabeli elrendezéshez elvezet következő gondolatmenet. A 2 egységnyi – röviden 2-es – négyzet nem csatlakozhat a kitöltendő téglalap határvonalához, különben a csatlakozó oldalával szomszédos oldalához csatlakozó nagyobb négyzetek (vagy a 2-esnek sarokba illesztése esetén egyikük helyett a téglalap oldala) 2 egységnyi szélességű sávot határolnak. Ugyanezért nagyobb négyzet oldalához is csak úgy csatlakozhat a 2-es négyzet, ha egy csúcsuk közös.

Így letéve a 2-es 4 szomszédját (A, B, C, D), csak 4 további négyzetünk marad. Ha az eddigi 5 négyzettel lefedett síkrész határvonala sok ki- és beszögellést mutat, alig van remény, hogy téglalapot kapunk. Javulna a kilátás, ha két letett szomszédos négyzetnek a csatlakozásával szomszédos, külső oldala egy egyenesbe esnék. Ekkor oldalaik különbsége 2. Az adott oldalhosszak szomszédos párpai között ez 3-szor is fellép: 14, 16, 18, 20 között. Ezeket véve rendre az A, B, C, D négyzet oldalának, az 5 négyzet egy 8×14 egységnyi beszögellés hóján téglalapot fed le $18 + 16$ és $18 + 20$ egységnyi, oldallal. Az összeállítást csak a beszögellésben folytathatjuk, így az eddigi, a mondott téglalap teljes oldalai a keresett téglalap határvonalszakaszai lesznek.

A beszögellést 8×6 -osra kisebbíthetjük a 8-as négyzettel, a 34-es oldalt a keresett téglalapnak csak a 64-es oldalára egészíthetjük ki a 30-as négyzettel, és hasonlóan a 38-as oldal csak 66-ra egészíthető ki a 28-assal. Ezek nem hoznak létre új kiszögellést, mert $30 = 16 + 14$ és $28 = 20 + 8$. Végül a 36×36 -osra nőtt beszögellést éppen kitölti legnagyobb négyzetünk.