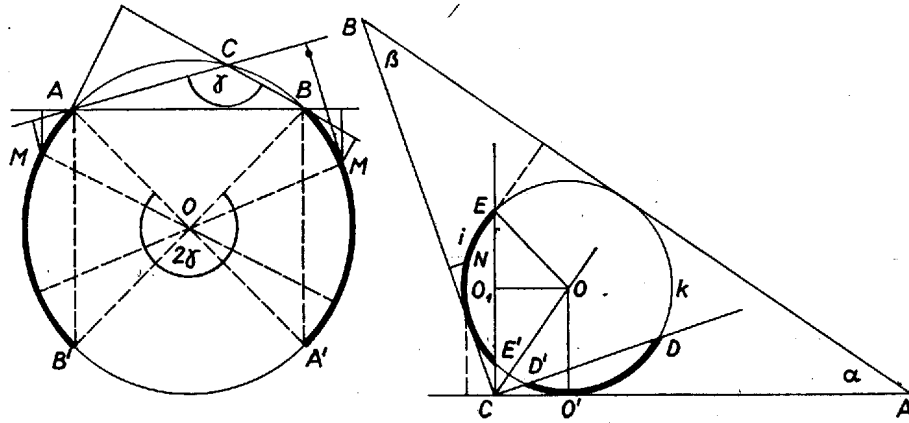


a) Az M -ből AB -re és AC -re bocsátott merőleges talppontja csak akkor esik az oldal A -n túli meghosszabbítására, ha $MAB \angle, MAC \angle > 90^\circ$ azaz A, C, B az M -ből induló átmérő egy oldalán van (1. ábra). Ha a félkörön ebben a sorrendben helyezkednek el, akkor $ACB \angle = \gamma > 90^\circ$, és ekkor egyszersmind $MCB \angle > 90^\circ$, tehát a CB -n levő vetület CB -nek C -n túli meghosszabbításán van. Mindez addig áll, míg M a B -t, C -t nem tartalmazó AB' íven van, ahol B' a B -nek átellenes pontja. Ekkor hasonlóan csak a BA' ív M pontjaiból bocsátott merőlegesek talppontja van BA -nak és BC -nek B -n túli meghosszabbításán, AC -nek C -n túli meghosszabbításán (A' az A átellenes pontja a körben).

A mondott AB' , $A'B$ ívek egymás tükörképei a kör O középpontjára, így mindegyik $4/10$ része a kör kerületének, $AOB' = 144^\circ$. Ez a szög másrészt 180° -kal kisebb, mint az $ACB \angle$ szárai közti íven nyugvó 2γ középponti szög: $2\gamma - 180^\circ = 144^\circ$, $\gamma = 162^\circ$. Ezt kerestük.



1. és 2. ábra

b) Az oldalakra a csúcsokban merőlegest emelve kell lennie olyan merőlegesnek, melynek az oldallal ellentétes partján van pontja a k beírt körnek. Ez nyilván csak tompaszögű csúcsban emelt merőleges lehet, és az innen emelt merőlegesek mindegyike belemetsz a körbe, és pedig egyenlő íveket metsz le, mert a két merőleges egymás tükörképe a csúcsból induló szögfelezőre, ez viszont k -nak is szimmetriatengelye.

Legyen $ACB \angle = \gamma > 90^\circ$ (2. ábra), messe a CB -re, CA -ra C -ben emelt merőleges k -t a D, D' , ill. E, E' pontpárban, és legyen k középpontjának CA -n és CE -n levő vetülete O' , ill. O_1 . Ekkor a félkörnél rövidebb DD', EE' ívek egyenlők, és N -et pl. az $EE' = i$ íven véve, a CA egyenesen levő vetülete az oldal C -n túli meghosszabbításán adódik, CB -n levő vetülete viszont C és B között, mert N a $BCE \angle = \gamma - 90^\circ$ hegyesszög-tartományban van, az AB -n levő vetülete pedig ugyanígy A és B között, hiszen $\alpha, \beta < 90^\circ$.

Adatunk szerint $EOO_1 \angle = 360^\circ \cdot 2/10 = 72^\circ$, így

$$OO_1 = OE \cos 72^\circ, \quad CO' = OO' \operatorname{ctg} \gamma/2 = OE \operatorname{ctg} \gamma/2,$$

és $OO_1 = CO'$ -ből

$$\operatorname{ctg} \gamma/2 = \cos 72^\circ \approx 0,3090, \quad \gamma/2 \approx 72,83^\circ, \quad \gamma \approx 145,7^\circ.$$

A háromszög másik két szögét sem az a), sem a b) esetben nem lehet meghatározni az adatokból.

Szűcs András (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)