

I. Elég abból az állapotból kiindulni, amikor a fonálvégek a bal oldalon már össze vannak kötve, sőt azt is feltehetjük, hogy a jobb oldalon egy előre megjelölt szál párjának megválasztásával kell kezdeni a kötözést. Ennek a párját a többiek közül 5-féleképpen választhatja meg Péter. Bármelyiket választja, az összekötés után felvett szabad szálvéghez a maradék közül ismét 3-féleképpen választhat, így mindig más párosítást kap. Végül a második összekötés után már nincs választása, összeköti a hátralevőket. Eszerint a jobb oldali 6 szálvég 3 párba állítása a játék rendje szerint $5 \cdot 3 = 15$ -féleképpen lehetséges.

Gondoljuk most, hogy Péter – mintegy próbaképpen – egyedül játszik, a 3 V alakra hajlított szál nyitva fekszik előtte, és keresi a neki kedvező lehetőségek számát. Így az elsőnek kézbevett szálvég párját csak 4-féleképpen választhatja a további 2 V -szál 4 vége közül, csak azt kell kerülnie, hogy a megkezdett szál másik végét válassza. Az első kötés után a másodszorra megkezdett szál még szabad végéhez csak a hátra levő V -szál 2 végéből választhat, hiszen az elsőnek megkezdett szál még szabad végét választva lezárna egy csupán 4 szálból álló gyűrűt. Utoljára ismét nincs választása, így a neki kedvező párba kötözési lehetőségek száma $4 \cdot 2 = 8$.

Eszerint Miklós számára $15 - 8 = 7$ összekötözési lehetőség kedvező, Péternek nagyobb esélye van a nyeresre.

II. Páratlan számú fonállal játszva Péter részére értelemszerűen az a kedvező, ha a szálak a kötözés után egyetlen *összefüggő* darabban lesznek, de 2 véggel, Miklós részére pedig a többi esetek, vagyis ha egy kétvégű száldarabon felül 1 vagy 2 különálló gyűrű is létrejön. (Ami nincs benne az „egyenest” számban, az gyűrűben van, mert csak 2 vég marad kötetlenül.)

Az 5 szál esetét visszavezetjük a 6 szál esetére, gondolatban hozzájuk veszünk egy más színű hatodik szálát, és ugyanúgy járunk el, mint ott. A segítségül vett szállal való összekötés a játék szempontjából nem jön figyelembe. Ha a felnyitás után egyetlen összefüggő gyűrűt találunk, ez a segédszál mellőzésével egyetlen összefüggő kétvégű szálat ad, Péter nyer. Ha pedig több gyűrű adódott, ebből 1-gyel kevesebb gyűrű és 1 kétvégű szál érvényes, Miklós a győztes. Eszerint az esélyek ugyanazok, mint a 6 szál esetében.

Hasonlóan vezethetjük vissza a 7 szál esetét 8 szál esetére. Az utóbbiban a fenti megfontolást ismételve $7 \cdot 5 \cdot 3 = 105$ lehetőség közül Péter részére $6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$ kedvező, így Miklós részére 57, ekkor tehát Miklós esélye a nagyobb.

Pelikán János (Budapest, XIV. ker. 1. sz. ált. isk. 7. o. t.)

Megjegyzések. 1. Páratlan számú szál esetében a segédszál használata helyett azt is mondhattuk volna, hogy a két oldalon pár nélkül maradt 1–1 szálvéget egymással kötjük össze. – A bal oldali végek előre való összekötése, párokba állítása megfelel a játék következő változatának. Egy sötét szobában 3 pár cipő van, egyformák, de mindegyik pár más színű. Miklós bevisz 3 dobozt, mindegyikbe 1 pár cipőt csomagol és megnyeri az olyan dobozt, amelybe egyszínű cipő-párt sikerült csomagolnia. (4 pár cipő esetében azonban már nem azonos a két feladat.)

2. Könnyű belátni, hogy $2n$ vagy $2n-1$ szállal játszva, a kötözést végző játékosra (Péterre) kedvező esetek számának és az összes lehetséges esetek számának aránya

$$\frac{(2n-2)(2n-4) \cdot \dots \cdot 4 \cdot 2}{(2n-1)(2n-3) \cdot \dots \cdot 5 \cdot 3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2n-4}{2n-3} \cdot \frac{2n-2}{2n-1}.$$

A jobb oldal mindegyik tört-tényezője 1-nél kisebb (de pozitív), így a kötöző játékos nyerési esélye a szálak számának növelésével csökken. Éppen 6 és 7 között fordul át a nyerési esély kedvezőről kedvezőtlenre.