

Tíz betű van, mindegyik helyére más számjegyet kell írunk. Az összeg csak úgy 4-jegyű, ha $D = 9$, mert az utolsó oszlop jegyeinek összege 30-nál kisebb, így legfeljebb 2 átvitelt ad a tízesek oszlopába; itt pedig legfeljebb $9 + 8$ állhat, tehát legfeljebb 1 átvitel adódik. Ebből azt is látjuk, hogy az összeg első két jegye $G = 1$, $H = 0$.

Mivel 0, 1 és 9 nem léphet föl újra, az utolsó oszlop összege legalább $2 + 3 + 4 = 9$, és legfeljebb $8 + 7 + 6 = 21$. Másrészt K -nak is új jegynek kell lennie, ezért az összeg nem lehet 9, 10, 11, sem 21, 20, 19, így

$$12 \leq A + C + F \leq 18,$$

tehát a tízes oszlopba mindenképpen 1 maradékot viszünk át:

$$(1) \quad A + C + F = 10 + K, \quad \text{és} \quad 1 + B + E = 10 + J.$$

A hátra levő jegyek összege, sorrendjükre nem tekintve

$$(2) \quad A + B + C + E + F + J + K = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35,$$

ebből az előbbi két egyenlet összegét kivonva

$$(3) \quad J + K = 8, \quad \text{így} \quad J = 6, 5, 3, \quad \text{vagy} \quad 2.$$

$J = 6$ esetén (1)-ből $B + E = 15$, ennek csak $B = 7$, $E = 8$ felel meg – ugyanis az utolsó két oszlopot egyelőre lefelé növekvő számjegyekkel tölthetjük ki, hiszen már egy jegy sem lehet 0 –, ekkor $K = 2$, és a hátra levő jegyek A , C , F helyén a (2) és (3) alapján szükségképpen megfelelnek (1)-nek.

$J = 5$ esetén hasonlóan $B = 6$, $E = 8$; $J = 3$ esetén pedig $B = 4$, $E = 8$.

Végül $J = 2$ esetén $K = 6$, a tízes oszlop kétféleképpen tölthető ki, $B = 4$ vagy 3. Így lényegében öt különböző megoldás van:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 74 \\ \hline 985 \\ 1062 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 64 \\ \hline 987 \\ 1053 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 46 \\ \hline 987 \\ 1035 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 45 \\ \hline 978 \\ 1026 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 35 \\ \hline 987 \\ 1026 \end{array}$$

II. A tízes oszlop két jegye mindig 2-féle sorrendben írható fel, az egyes oszlop három jegye pedig $3 \cdot 2 = 6$ sorrendben, mert A helye 3-féleképpen tölthető ki, a maradó két hely pedig a 2-féle jegyből mindig 2-féleképpen. A tízes oszlop minden sorrendje az egyes oszlop minden sorrendjével összekapcsolva új elrendezést ad, ezért mindegyik fenti megoldásból $2 \cdot 6 = 12$ sorrendi változat képezhető, így a beírási lehetőségek száma $5 \cdot 12 = 60$.

Bálványos Zoltán (Makó, József A. g. I. o. t.)

Megjegyzés. A (3) egyenletre eljuthatunk az ún. 9-es próba alapján is. Legyen a jegyek összege a vonal fölött f , alatta pedig a , így a az f -től 9-nek valamely többszörösével tér el: $f = a + 9k$, ahol k egész szám. Másrészt $f + a = 0 + 1 + \dots + 8 + 9 = 45$, így $2a + 9k = 9 \cdot 5$, tehát a osztható 9-cel, de 0, 1, 9 felhasználása után már nem érheti el a 18-at sem, $a = 9$.