

Gábor aggálya jogos, hiszen pl. a $(2^3 + 1^3)/(3^3 + 1^3) = 9/28$ tört nem is egyszerűsíthető.

Ferinek viszont az adott esetben igaza volt, (1) értéke $281\,484/371\,961$, ami 3351-gyel egyszerűsítve $84/111$, és itt $84 = 19 + 65$, $111 = 46 + 65$.

Általánosítsuk a feladatot úgy, hogy a 19, 65, 46 számok helyére egy-egy betűt írunk. Ismert azonosságok felhasználásával

$$\frac{a^3 + b^3}{c^3 + b^3} = \frac{a + b}{c + b} \cdot \frac{a^2 - ab + b^2}{c^2 - cb + b^2},$$

eszerint a bemutatott egyszerűsítés akkor helyes, ha a második tört értéke 1, számlálója és nevezője egyenlő, különbségük 0, vagyis ha

$$a^2 - c^2 - (a - c)b = (a - c)(a + c - b) = 0.$$

Feltehetjük, hogy $a - c \neq 0$, hiszen $a = c$ esetén az egyszerűsítés nem volna érdekes, így az eljárás csak akkor helyes, ha a , b és c közt fennáll az $a + c - b = 0$ összefüggés. Ez teljesült (1)-ben, de az ellenpéldában nem.

Michaletzky György (Budapest, Piarista g. I. o. t.)

Megjegyzés. Nem kell külön kikötni, hogy az egyszerűsítő tényező 0-tól különböző legyen, mert

$$c^2 - cb + b^2 = \left(c - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4},$$

ami csak $c = b = 0$ esetén válik 0-vá.