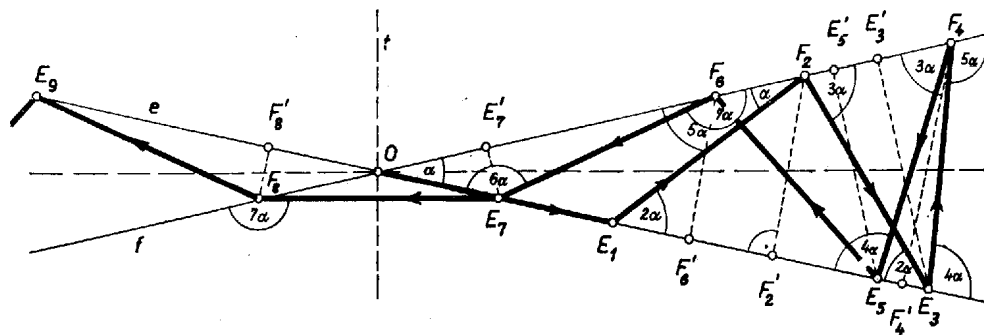


I. Az $OE_1F_2 = H_1$ háromszög egyenlő szárú, E_1 -nél tompaszöge van, így F_2 -ből húzott magasságának F'_2 talppontja távolabb van O -tól, mint E_1 , és E_1 -nél levő külső szöge: $F_2E_1F'_2\angle = 2 \cdot 24^\circ = 48^\circ$ (1. ábra). Az $E_1F_2E_3$ háromszög egyenlő szárú, E_3 az E_1 tükröképe F'_2 -re, így $F_2E_3F'_2\angle = F_2E_3O\angle = 48^\circ$, az OF_2E_3 háromszögnek F_2 -nél tompaszöge van. E_3 -nak f -en levő E'_3 vetületére $OE'_3 > OF_2$, és $E_3F_2E'_3\angle = 3 \cdot 24^\circ = 72^\circ$.

A további kijelölt pontokat is úgy állítjuk elő, hogy az utoljára kijelölt pontnak a másik adott egyenesen levő vetületére tükrözzük az utolsó előtti kijelölt pontot. A mondott vetületnek az utolsó előtti ponthoz képest elfoglalt helyzetét pedig abból állapítjuk meg, hogy az utoljára beillesztett szakasz és O által meghatározott háromszögben az utolsó előtti pontnál mint csúcsnál hegyesszög van-e vagy tompaszög.



1. ábra

$$OF_4 > OF_2, OF_4E_3\angle = 72^\circ, OE_3F_4\angle = 180^\circ - 4 \cdot 24^\circ < 90^\circ;$$

$$OF'_4 < OE_3 > OE_5, OE_5F_4\angle = 4 \cdot 24^\circ, OF_4E_5\angle = 180^\circ - 5 \cdot 24^\circ < 90^\circ;$$

továbbá, mivel $OF_4E_3\angle > OF_2E_1\angle$, azért E_5 az E_1E_3 szakasz belsejében van, nem azonos E_1 -gyel sem;

$$OE'_5 < OF_4 > OF_6, OF_6E_5\angle = 5 \cdot 24^\circ, OE_5F_6\angle = 180^\circ - 6 \cdot 24^\circ < 90^\circ;$$

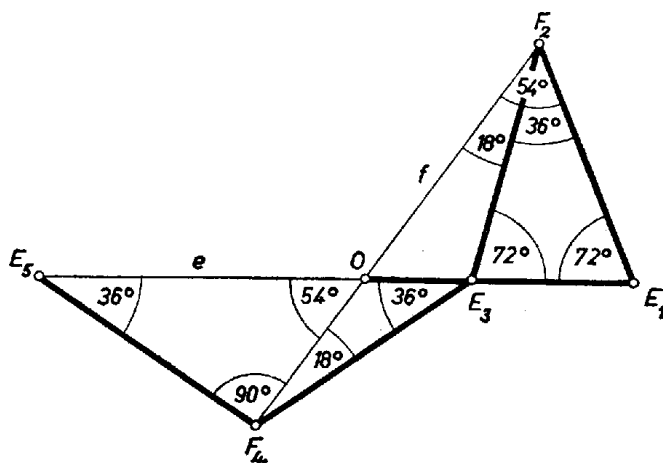
továbbá mivel $OE_5F_6\angle < OE_3F_2\angle$, F_6 az OF_2 szakasz belsejében van, különböző az F_2 ponttól is.

$$OF'_6 < OE_5 > OE_7, OE_7F_6\angle = 6 \cdot 24^\circ, OF_6E_7\angle = 180^\circ - 7 \cdot 24^\circ = 12^\circ;$$

továbbá $OF_6E_7\angle < OF_2E_1\angle$, E_7 az OE_1 belsejében van.

$$OE'_7 < OF_6.$$

Itt először lépett fel, hogy az utolsó előtti pontnál levő szög kisebb 24° -nál. Emiatt F_8 túl esik O -n, ezért $OF_8E_7\angle = OF_6E_7\angle = 12^\circ$, és így $OE_7F_8\angle = E_7OF_6\angle - E_7F_8O\angle = 12^\circ = OF_8E_7\angle$. Eszerint az OE_7F_8 háromszög egyenlő szárú, és F_8 az E_7 tükröképe az e és f közötti 156° -os szögeket felező t egyenesre mint tengelyre. Ez a tükrözés e -t és f -et egymásba viszi át, ezért az F_8E_9 szakasz az E_7F_6 tükröképe lesz, vagyis E_9 az F_6 tükröképe, és folytatólag az $F_{10}E_{11}F_{12}E_{13}F_{14}E_{15}$ törött vonal az előzőekben kapott $E_5F_4E_3F_2E_1O$ törött vonal tükröképe. Ámde O a tengelyen van, tehát E_{15} azonos O -val. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.



2. ábra

II. Az állítás e és f közötti 54° -os hajlásszög esetén is igaz, itt F_6 csak F_4 -be eshet, mert E'_5 azonos F_4 -gyel (2. ábra).

Futó Ilona (Dévaványa, gimn. II. o. t.)
Hárs László (Budapest, Kölcsey F. g. I. o. t.)