

**I. megoldás.** Válasszunk  $x$  számot pozitívnak,  $n-x$ -et negatívnak. Azok a szorzatok lesznek negatívak, amelyekben egyik tényező negatív, a másik pozitív, így – a párbaállítást minden lehetőség szerint elvégezve – számuk:

$$x(n-x) = \left(\frac{n}{2}\right)^2 - \left(\frac{n}{2} - x\right)^2 = \left(\frac{n}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-2x}{2}\right)^2.$$

Az első tag állandó, így a kifejezés értéke akkor a legnagyobb, ha a kivonandó a legkisebb.

Páros  $n$  esetén  $x$ -et  $n/2$ -nek választva, a kivonandó 0, vagyis a számok felét választva pozitívnak, felét negatívnak, lesz a legtöbb szorzat negatív.

Páratlan  $n$  esetén az  $n-2k$  különbség abszolút értékének legkisebb értéke 1, ezt veszi fel  $k = (n-1)/2$  és  $k = (n+1)/2$  esetén. Eszerint úgy kapunk legtöbb negatív szorzatot, ha a pozitívnak és negatívnak választott számok száma 1-gyel tér el egymástól.

*Tátray Péter* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)

**II. megoldás.** Mint láttuk,  $k$  pozitív és  $n-k$  negatív szám esetén  $f(k) = k(n-k)$  negatív szorzat keletkezik. Olyan  $k_0$ -t keresünk, amelyre minden  $i$  és  $j$  természetes szám esetén (amire  $k_0 - i \geq 0$ , ill.  $k_0 + j \leq n$ )

$$f(k_0 - i) \leq f(k_0) \quad \text{és} \quad f(k_0 + j) \leq f(k_0).$$

Beírva  $f(k)$  kifejezését és az egyenlőtlenségeket rendezve

$$i(n+i-2k_0) \geq 0, \quad \text{ill.} \quad j(2k_0-n+j) \geq 0$$

adódik, azaz mivel  $i$  és  $j$  pozitív,

$$\frac{n+i}{2} \geq k_0 \geq \frac{n-j}{2}.$$

Ez minden  $i, j$  természetes számra egyedül akkor teljesül, ha páros  $n$  esetén  $k_0 = n/2$ , páratlan esetén pedig  $k_0 = (n-1)/2$  vagy  $k_0 = (n+1)/2$ .

*Szűcs András* (Budapest, Fazekas M. gyak. gimn., II. o. t.)