

I. Bővítsük (1)-et a számlálójával, majd az egyszerűsítés után kapott kifejezést $\sqrt{a} + \sqrt{a-b}$ -vel.

$$K = \frac{2a + 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{a(a-b)} - 2\sqrt{b(a-b)}}{2b + 2\sqrt{ab}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{a-b})}{\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{a-b}}.$$

II. Jelöljük az L számlálójában álló négyzetgyököket rendre A , B , C , D -vel, írjuk a számlálót két különbség különbségeként, és alakítsuk át ennek és a két különbség szorzatának hányadosát, a hányados két tagját külön-külön gyöktelenítve:

$$\frac{(A-B)-(C-D)}{(A-B)(C-D)} = \frac{1}{C-D} - \frac{1}{A-B} = (C+D)-(A+B).$$

Az utolsó lépésben felhasználtuk, hogy a nevezők értéke $C^2 - D^2 = A^2 - B^2 = 1$. A talált hányados egyenlő L nevezőjével, eszerint

$$L = (A-B)(C-D) = (\sqrt{a} - \sqrt{a-1})(\sqrt{a^2-a} - \sqrt{a^2-a-1}).$$

(Feltesszük persze, hogy egyik négyzetgyök alatt sincs negatív szám, vagyis $a^2 - a - 1 = (a - 0,5)^2 - 1,25 \geq 0$, amikor $a - 1 \geq 0$ is teljesül.

III. L -nek $a = 3$ esetén adódó értéke 3 értékes számjegyre számítva

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{5}) = \sqrt{18} + \sqrt{10} - \sqrt{15} - \sqrt{12} \approx +0,0678.$$

Ez ugyanis a 957. gyakorlatban¹ kiszámított x -nek a negatívja.

$a = 4$ esetén L első értékes számjegyének helyi értéke 0,01, ugyanis az iskolai négyjegyű függvénytáblázat 3 tizedes jegyre kerekített adataival

$$L = (2 - \sqrt{3})(\sqrt{12} - \sqrt{11}) = \sqrt{48} - \sqrt{44} - 6 + \sqrt{33} \approx$$

$$\approx 6,928 - 6,633 - 6 + 5,745 = 0,040,$$

és mivel egyik kerekítés hibája sem nagyobb 0,0005-nél, és a három kerekítés együttes hibája 0,0015-nél, azért $0,0385 < L < 0,0415$. Így L értékét 4 tizedesre kerekítve kell megadnunk. A számláló gyöktelenítésével

$$L = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{12} + \sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{48} + \sqrt{44} + 6 + \sqrt{33}} \approx \frac{1}{25,306}.$$

A kerekítési hiba iménti felső korlátjait ismét figyelembe véve L értéke 25,3075 és 25,3045 reciproka közé esik. Az előbbi, ami alsó korlát, lefelé, az utóbbit pedig fölfelé kerekítve $0,03951 < L < 0,03952$, így a kívánt érték 0,0395 (lefelé kerekítve).

Döme Éva (Makó, József A. g. II. o. t.)

¹K. M. L. 31 (1965) 121. o.