

**I. megoldás.** Legyen a 34 Ft-os könyvek száma  $x$ , a 17,50 Ft-osoké  $y$ , ekkor a 27,50 Ft-osok száma  $109 - x - y$ , és a számla szerint, majd rendezés után

$$\begin{aligned} 34x + 17,5y + 27,5(109 - x - y) &= 2845, \\ 6,5x - 10y &= -152,5, \\ x = \frac{20y - 305}{13} &= y - 23 + \frac{7y - 6}{13}. \end{aligned}$$

$x$  és  $y$  természetes számok, ezért a jobb oldal 3. tagja egy  $u$  természetes szám:

$$\frac{7y - 6}{13} = u, \text{ amiből } y = \frac{13u + 6}{7} = 2u + 1 - \frac{u + 1}{7},$$

és ezt a megfontolást ismételve

$$\frac{u + 1}{7} = v, \text{ egész szám, amiből } u = 7v - 1, \text{ továbbá}$$

$$\begin{aligned} y &= 2u + 1 - v = 13v - 1, \\ x &= y - 23 + u = 20v - 25, \end{aligned}$$

végül a 27,50 Ft-os könyvek száma  $z = 135 - 33v$ .

$x$ -re csak akkor kapunk pozitív egész számot, ha  $v$ -t legalább 2-nek választjuk; viszont  $z$  csak addig pozitív, míg  $v$  nem nagyobb 4-nél, így  $v$  helyén csak 2, 3 és 4 használható és

$v = 2$ esetén	$x = 15,$	$y = 25,$	$z = 69,$
$v = 3$ ”	$x = 35,$	$y = 38,$	$z = 36,$
$v = 4$ ”	$x = 55,$	$y = 51,$	$z = 3.$

A feladat utolsó követelményének csak a  $v = 3$ -ból adódott értékrendszer felel meg, eszerint 35 db 34 Ft-os, 38 db 27,50 Ft-os és 36 db 17,50 Ft-os ajándékkönyvet vásároltak.

*Bárdos János* (Makó, József A. g. I. o. t.)

**II. megoldás.** Tovább is az I. megoldás jelöléseit használva és hasonló megfontolással a következő egyenletre jutunk:

$$(1) \quad 33x + 20z = 1875.$$

A bal oldal első tagja osztható 3-mal, a 2. tag 5-tel, és a jobb oldal mindkettővel. Mivel 3 és 5 egymáshoz relatív prím számok, ez csak úgy lehetséges, ha  $x$  az 5-nek,  $z$  pedig 3-nak többszöröse:  $x = 5t$ ,  $z = 3s$ , ahol  $t$  és  $s$  természetes szám. Ezeket (1)-be beírva egyszerűsítés után

$$(2) \quad 11t + 4s = 125.$$

A jobb oldal páratlan,  $4s$  viszont páros, ezért  $11t$ -nek, és ehhez magának  $t$ -nek is páratlannak kell lennie:  $t = 2r - 1$ , ahol  $r$  természetes szám. Ezt (2)-be beírva rendezés után

$$11r + 2s = 68,$$

itt viszont  $r$  csak páros lehet,  $r = 2q$  ( $q$  természetes szám), amiből  $s = 34 - 11q$ .

Eszerint csak  $q = 1, 2, 3$  felel meg, amiből egyrészt  $r = 2, 4, 6$ ;  $t = 3, 7, 11$ ;  $x = 15, 35, 55$ ; másrészt  $s = 23, 12, 1$ ;  $z = 69, 36, 3$ . Innen az I. megoldás megfontolásával jutunk az eredményhez.

**III. megoldás.** Induljunk ki a feladat utolsó közléséből. A könyvek átlagára  $(34 + 27,50 + 17,50)/3 = 79/3$  majdnem pont 36-od része az elköltött összegnek, így mindegyik fajta könyvből 36 db-ot véve  $36(34 + 27,5 + 17,5) = 2844$  Ft-ot költenénk el, 1 Ft-unk maradna, és még 1 db könyvet kellene vennünk. Az utolsó könyv fedezetére legalább 16,50 Ft-ot kell biztosítanunk, ami csak úgy lehetséges, ha drágább könyvet olcsóbbra cserélünk. A legnagyobb és a legkisebb egységár különbsége éppen 16,50 Ft, így 1 db 34 Ft-os könyv helyett, az 1 Ft maradványt is felhasználva 2 db 17,50 Ft-os könyvet vehetünk, a pénz is elfogy, és a kívánt 109 könyv is megvan.

Kevesebb cserével nem kaphatunk megoldást, eszerint az árak csökkenő rendjében 35, 36, ill. 38 db könyvet vásároltak.

*Dobozi Ottó* (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. I. o. t.)

*Megjegyzés.* Elég sok dolgozat állította azt, hogy a filléreket is tartalmazó 27,50 Ft és 17,50 Ft árú könyvek mindegyikéből páros számút kell vennünk, hogy a kerek számú forintot felhasználjuk. – Ez téves. Annyi igaz, hogy  $y + z$  páros,  $x$  páratlan, ez viszont még nem teszi egyértelművé a megoldást.