

Beszorzással és átrendezéssel

$$x = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + (\sqrt{5} - \sqrt{3})},$$

és itt a nevező nyilvánvalóan pozitív. Szorozzuk a számlálót és a nevezőt a nevezőbeli két zárójeles kifejezés különbségével:

$$x = \frac{4 - 2\sqrt{30} + 2\sqrt{6} + 2}{(8 - 2\sqrt{12}) - (8 - 2\sqrt{15})} = \frac{3 - \sqrt{30} + \sqrt{6}}{\sqrt{15} - \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{10} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 2},$$

majd tovább $\sqrt{5} + 2$ -vel:

$$(1) \quad x = \sqrt{15} - 3\sqrt{2} - \sqrt{10} + 2\sqrt{3} = \sqrt{15} + \sqrt{12} - (\sqrt{18} + \sqrt{10}).$$

A tizedes alak előírt pontosságú kiszámításához tudnunk kell x első értékes számjegyének helyi értékét. Az iskolai négyjegyű függvénytáblázat szerint ezredrésze kerekítve

$$(2) \quad \sqrt{15} \approx 3,873, \quad \sqrt{12} \approx 3,464, \quad \sqrt{18} \approx 4,243, \quad \sqrt{10} \approx 3,162,$$

ezekből $x \approx -0,068$. Mind a négy kerekítés hibája kisebb 0,0005-nél, ezért x hibája kisebb $4 \cdot 0,0005 = 0,002$ -nél, tehát x első értékes jegyének helyi értéke 1/100. – Így x -nek az 1/1000 és 1/10 000 helyi értékű számjegyét kell még megállapítanunk, más szóval x -et 4 tizedes jegyre kerekítve kell kiszámítanunk.

Megmutatjuk, hogy az elérendő pontossághoz (ebben a példában) elég az (1)-beli négyzetgyökök 5-jegyű alsó közelítő értékeit megállapítani. A négyzetgyökvonás ismert eljárása szerint

$$\begin{aligned} \sqrt{15} &= 3,872\,98\dots, & \sqrt{12} &= 3,464\,10\dots, \\ \sqrt{18} &= 4,242\,64\dots, & \sqrt{10} &= 3,162\,27\dots, \end{aligned}$$

így (2) egyes tagjaira fennállanak a következő egyenlőtlenségek:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} 3,872\,98 < \sqrt{15} < 3,872\,99, \\ 3,464\,10 < \sqrt{12} < 3,464\,11, \\ -4,242\,65 < -\sqrt{18} < -4,242\,64, \\ -3,162\,28 < -\sqrt{10} < -3,162\,27. \end{array} \right.$$

Ezek összeadásával

$$-0,067\,85 < x < -0,067\,81.$$

Ennek a kettős egyenlőtlenségnek eleget tevő minden szám 4 tizedesjegyre kerekített értéke $-0,0678$, tehát ez az x keresett értéke.

Tegye Judit (Budapest, Kölcsey F. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Az x -re kapott (1) kifejezést szorzattá alakítjuk. Ezután „a számlálót gyöktelenítve”, majd újra beszorozva:

$$\begin{aligned} x &= -(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = -\frac{1}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \\ &= -\frac{1}{\sqrt{18} + \sqrt{15} + \sqrt{12} + \sqrt{10}}. \end{aligned}$$

Itt a (2) adatokat 0,0005-del csökkentve, ill. növelve a (3)-hoz hasonlóan kapjuk, hogy a nevező 14,740 és 14,744 közé esik, x pedig ezek negatív reciproka: $-0,067\,843$ és $-0,067\,824$ közé (az első lefelé, a második felfelé kerekítve), így három értékes jegyre $x = -0,0678$.