

**I. megoldás.** Vegyük észre, hogy mind a négy zárójelbeli kifejezés egyszerűen állítható elő a következő kettőből:  $a + b + c - d = e$ ,  $a + c = f$ . Ezekkel, két-két négyzet különbségét szorzattá alakítva

$$\begin{aligned} K &= (e + f)^2 - (2e + f)^2 - (3e + f)^2 + (4e + f)^2 = \\ &= (-e)(3e + 2f) + e(7e + 2f) = 4e^2 = (2a + 2b + 2c - 2d)^2. \end{aligned}$$

*Langer Tamás* (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

**II. megoldás.** Fejtsük ki a négyzeteket és állapítsuk meg külön-külön  $K$ -ban az egynevű tagok összegét.  $a^2$  és  $c^2$  együtthatója  $2^2 - 3^2 - 4^2 + 5^2 = 4$ ,  $ac$  együtthatója pedig 2-szer ennyi: 8, ezek a tagok együtt  $(2a + 2c)^2$ -et adják. Hasonlóan  $b^2$  és  $d^2$  együtthatója  $1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 = 4$ ,  $a - bd$  szorzatá ismét 2-szer ennyi, e három tag összege  $(2b - 2d)^2$ . Végül az  $ab$ ,  $cb$ ,  $-ad$ ,  $-cd$  szorzatok együtthatója egyformán  $2(2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4) = 8$ , összegük

$$8(ab + cb - ad - cd) = 8(a + c)(b - d) = 2(2a + 2c)(2b - 2d),$$

az előzőekben összefoglalt négyzetek alapjainak 2-szeres szorzata. Így

$$K = [2(a + b) + 2(b - d)]^2.$$

*Takács László* (Sopron, Széchenyi I. g. I. o. t.)

*Megjegyzés.* Az együtthatókban látott meglepő ismétlődés az

$$xy - (x + 1)(y + 1) - (x + 2)(y + 2) + (x + 3)(y + 3) = 4$$

azonosság következménye. A négyzetes tagok együtthatóinak esetében  $y = x$ .