**I. megoldás.** A kérdéses egyenlőség nem mindig igaz, mert ha $F$-et az $AB$ oldal felezőpontjában választjuk, $EF$ és $AC$ párhuzamosak, az $M$ pont nem jön létre. Ebben és csak ebben az esetben $G$ a $B$-be esik, $CG$ párhuzamos $AD$-vel, $N$ sem jön létre. Semmitmondó az állítás, ha $F$ – és vele $G$ is – az $A$-ba esik, mert $M$, $N$, $A$ egybeesnek. $M$ és $N$ az $F$ minden más helyzetében külön-külön létrejön; megmutatjuk, hogy ekkor a kérdéses egyenlőség fennáll.

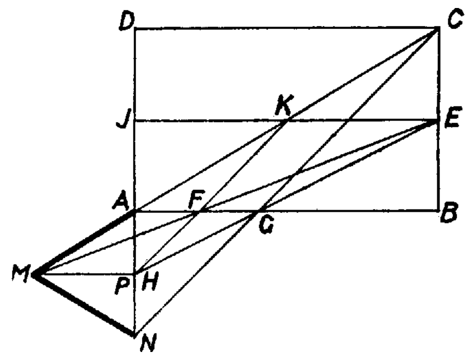
Messe $EG$ az $AD$-t $H$-ban, és legyen a téglalap $AB$-vel párhuzamos középvonala $EJ$, ez $AC$-t a téglalap $K$ középpontjában metszi, $JK = KE$, és $AK = KC$. Ekkor $HK$ az $EJH$ háromszög súlyvonala, felezi $AB$-nek a háromszögbe eső $AG$ szakaszát, vagyis átmegy $F$-en. $KF$ az $ACG$ háromszög középvonala, mert felezi $AC$-t és $AG$-t, így párhuzamos $CG$-vel, ekkor pedig $KH$ az $ACN$ háromszög középvonala, ezért $H$ felezi $AN$-t.

Az $EKH$, $GFH$ és az $EKM$, $FAM$ háromszög-párok hasonlóságából

$$HF : HK = FG : KE = AF : KE = MA : MK,$$

így $MH$ párhuzamos $AF$-fel, tehát merőleges $AN$-re, vagyis az $AMN$ háromszög $AN$ alapjának $H$ felezőpontját az $M$ csúccsal összekötő egyenes merőleges az alapra. Így a háromszög egyenlő szárú: $MA = MN$.

*Horváth Sándor* (Budapest, I. István g. I. o. t.)




**II. megoldás.** Az $AMN$ háromszög egyenlő szárú voltát avval bizonyítjuk, hogy $M$-ből húzott magasságának $P$ talppontja felezi az $AN$ alapot. Az $AMP$, $CAB$ és az $AGN$, $BGC$ háromszögpárok hasonlóságából:

$$AP = \frac{AM}{AC} \cdot BC, \qquad AN = \frac{AG}{BG} \cdot BC, \qquad \text{így} \qquad \frac{AP}{AN} = \frac{AM \cdot BG}{AC \cdot AG}.$$

Az $MAF$ és $MKE$ háromszögek hasonlóságából ($K$ jelentése a fenti)

$$MK = MA + \frac{AC}{2} = \frac{KE}{AF} \cdot MA,$$

innen

$$MA = \frac{AC \cdot AF}{2KE - 2AF} = \frac{AC \cdot AF}{AB - AG} = \frac{AC \cdot AG}{2BG},$$

amit a fenti hányadosba helyettesítve $AP/AN = 1/2$ (vagyis $P$ azonos a fenti $H$ ponttal). Ezt akartuk bizonyítani.

*Domokos Zsuzsanna* (Makó, József A. g. III. o. t.)