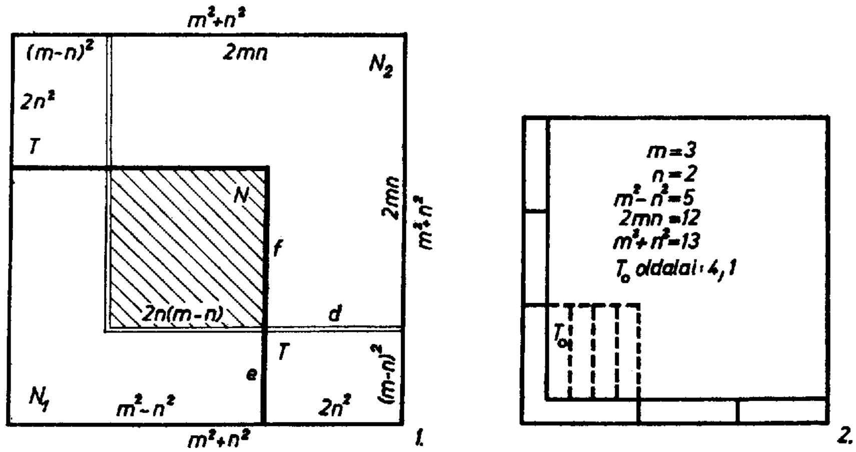
A kívánt átdarabolás lehetséges, mert az adott N_1 és N_2 négyzetek területének összegével egyenlő területű N_3 négyzet oldalának hossza egész szám: m^2+n^2 (egységünk mindig a cm), ugyanis

$$(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=(m^2+n^2)^2.$$

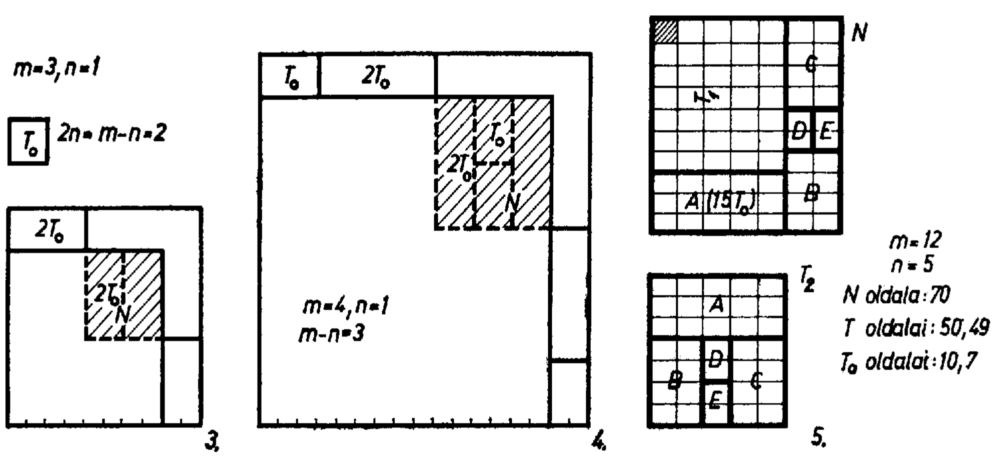
Ennélfogva az előírást teljesíthetjük pl. úgy, hogy az adott négyzeteket 1 cm széles csíkokra vagdaljuk, majd ezekből egymás után levágott, kellő hosszúságú darabokkal a kívánt négyzetet 1 cm-es sávonként lefedjük.



1. és 2. ábra

Nyilvánvaló azonban, hogy N_1 és N_2 egyikét egészben is beilleszthetjük N_3-ba, és várható, hogy másikukat sem kell mindig ennyire felaprózni. N_1-et és N_2-t N_3 két szemben fekvő sarkába beillesztve N_3 egy részét kétszer fedtük le (1. ábra), mert N_1 és N_2 oldalainak összege nagyobb N_3 oldalánál, hiszen nyilván $m>n$, így pedig N_3 és N_1 oldalainak különbsége, $d=2n^2$, kisebb $2\ mn$-nél, N_2 oldalánál. A kétszer fedett N rész négyzet alakú, és oldala $f=2\ mn-d=2n(m-n)$. Másrészt N_3-ból két egybevágó T téglalap fedetlen maradt, oldalaik d, ill. N_3 és N_2 oldalainak különbsége: $e=(m-n)^2$. Kivágva mármost az N-et másodszor fedő részt N_1 és N_2 valamelyikéből, ezt úgy kell feldarabolnunk, hogy részeivel a T-ket lefedhessük.

d-nek és f-nek közös osztója $2n$ az e, f oldalpárnak pedig $m-n$. Ezért N és T felosztható olyan egybevágó T_0 téglalapokra, amelyeknek oldala $2n$ és $m-n$. Így szétdarabolva N-et, N_3 kívánt lefedése mindenesetre végrehajtható. A T_0 idomok N-ben az egyik oldaliránnyal párhuzamosan $f/2n=m-n$, a másikkal párhuzamosan $f/(m-n)=2n$ sávot alkotnak, így számuk $2n(m-n)$; T-ben viszont $d/2n=n$, ill. $e/(m-n)=m-n$ a sávok száma, tehát a T_0 idomok $n(m-n)$ száma valóban fele az N-belinek. Az N-beli T_0-ok száma annyi, mint ha N-et 1 cm-es csíkokra vagdaltuk volna, de így mégsem az egész N_1-et és N_2-t vagdaltuk csíkokra.



3. 4. és 5. ábra

Van is olyan eset, amikor a feladat nem hajtható végre kevesebb részre vágással, mégpedig ha $m=n+1$, mert ekkor N_2 majdnem kitölti N_3-at, csupán egy 1 cm széles, L-alakú sávot hagy fedetlenül (2. ábra, $m=3$, $n=2$ esete). A másik véglet esetében azonban – ti. amikor N_1 tölti ki majdnem N_3-at, amikor $n=1$ – már csökkenthető a részek száma. Ekkor N-ben az egyik irányban 2 sáv van, a másik irányú sávok két-két T_0-ját egyben hagyhatjuk, legfeljebb egyet kell kettévágni, ha ti. az $m-n$ különbség páratlan szám (3. és 4. ábra, $m=3$, ill. 4).

Ha N sávjainak száma mindkét irányban nagyobb, akkor nagyobb számú T_0 is maradhat egy-egy darabban (5. ábra, $m=12$, $n=5$, az oldalak 119, 120, 169, ill. 70, csak N feldarabolását és a második T összeállítását rajzoltuk meg, N részeinek száma csupán 6).

Eljárásunk nem jelenti annak bizonyítását, hogy az átdarabolás nem hajtható végre kisebb számú darabra osztással.

Szalay Marianne (Budapest, I. István g. I. o. t.)

Megjegyzés. Nem nehéz belátni, hogy az L-idom aránylag akkor a legszélesebb, ha N_1 és N_2 oldalai majdnem egyenlők, ami akkor áll be, ha m és n aránya közel áll $\sqrt{2}+1$-hez. A legkisebb ilyen értékpár $m=5$, $n=2$, a következő az 5. ábra esete.