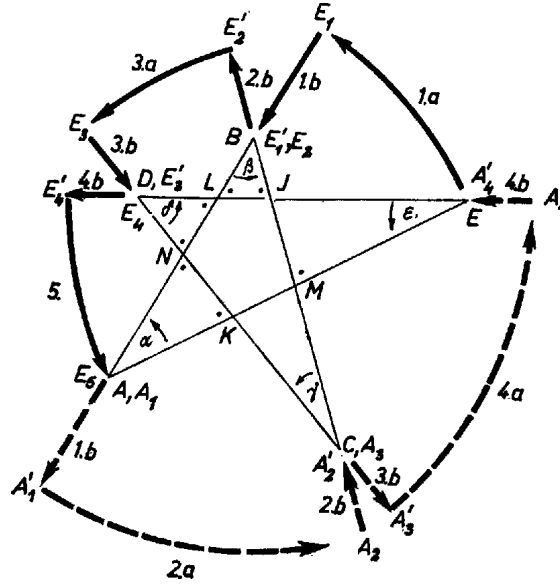


I. megoldás. Az ábra jelöléseit használjuk (a BC és DE egyenesek közös pontja J és í. t.).



A háromszög külső szögére ismert tételt alkalmazzuk először a BCN , majd az NDL háromszögre:

$$\beta + \gamma = \angle ABC + \angle BCD = \angle NBC + \angle BCN = \angle BND = \angle LND,$$

$$\angle LND + \angle NDL = \angle NLE, \quad \text{ahol} \quad \angle NDL = \angle CDE = \delta,$$

így

$$\beta + \gamma + \delta = \angle NLE = \angle ALE.$$

Ehhez hozzáadva az $\varepsilon = \angle DEA = \angle LEA$ -et és $\alpha = \angle EAB = \angle EAL$ -et, az AEL háromszög szögeinek összegét kapjuk, tehát $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 180^\circ$.

Élthes Eszter (Budapest, I. István g. I. o. t.)

II. megoldás. A kérdéses szögek összegét úgy kapjuk, hogy a BJL , CKM , DLN , EMJ és ANK háromszögek belső szögeinek $5 \cdot 180^\circ$ összegéből kivonjuk a háromszögek J , K , L , M , N csúcsánál levő belső szögek összegét (az ábrán pont van a száraik között). E 10 szög közül 2–2 egymásnak csúcsszöge, és így egyenlő, és mindegyik egy külső szöge a $JMKNL$ közös szögnek; így a fenti kivonandó egyenlő a külső szögek összegének 2-szeresével.

A közös szög mindegyik csúcsánál a belső és a külső szög összege 180° , ezért a külső szögek összegét úgy kapjuk, hogy $5 \cdot 180^\circ$ -ból kivonjuk a belső szögek összegét. Ez, mint ismeretes, $3 \cdot 180^\circ$, tehát a külső szögek összege $2 \cdot 180^\circ$, a fenti kivonandó $4 \cdot 180^\circ$, ennél fogva a kérdéses összeg, a kivonás maradéka, $1 \cdot 180^\circ = 180^\circ$.

Bárász Péter (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)

III. megoldás. Járjuk körül az ötszöget a betűzés szerint az EA oldal egy belső pontjából, pl. K -ből elindulva. Ekkor egyrészt sorra az A , B , C , D , E csúcsoknál kell fordulnunk az α , β , γ , δ , ill. ε szögek kiegészítő szögével, másrészt két teljes fordulatot tettünk meg. Így

$$180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta + 180^\circ - \gamma + 180^\circ - \delta + 180^\circ - \varepsilon = 720^\circ,$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 180^\circ.$$

Herneczki István (Sopron, Széchenyi I. g. I. o. t.)

IV. megoldás. A kérdéses $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$ összeg tekinthető az AE szakasz irányváltozásának a következő mozgás-sorozat folyamán. Az AE szakasz

1. a) A körül ráfordul (180° -nál kisebb elfordulással) az AB félegyenesre, új helyzete $A_1E_1 = AE_1$;
1. b) (ha kell,) úgy tolódik el (az AB egyenes mentén), hogy E_1 a B -be jusson, új helyzete $A'_1E'_1 = A'_1B$;
2. a) B (azaz E'_1) körül ráfordul a BC félegyenesre: $A_2E_2 = A_2B$;
2. b) (ha kell,) az $A'_2E'_2 = CE'_2$ helyzetbe tolódik;
3. a) az $A_3E_3 = CE_3$ helyzetbe fordul;
3. b) (ha kell,) az $A'_3E'_3 = A'_3D$ -be tolódik;
4. a) $A_4E_4 = A_4D$ -be fordul;
4. b) (ha kell,) $A'_4E'_4 = EE'_4$ -be tolódik;
5. EA -ba fordul.

A mozgás-sorozat felcserélte A és E helyzetét, az AE irány 180° -kal fordult el; minden forgás ugyanabban az irányban történt (az ábrán a pozitív forgás irányában), így a vizsgálandó összeg értéke 180° .