

I. megoldás. Legyen a két szám tízes számrendszerbeli alakja \overline{ABCD} és \overline{DCBA} . Szorzatuk osztható $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ -nel, így 10-zel is, viszont az egyes helyi értékű D és A jegyek egyike sem 0, mert a másik számban elől állnak, ezért D és A egyike, mondjuk $A = 5$, másika, D , a 2, 4, 6, 8 számjegyek valamelyike. Így \overline{ABCD} nem osztható 5-tel, tehát \overline{DCBA} osztható $5^3 = 125$ -tel, \overline{ABCD} pedig $2^3 = 8$ -cal. Mindkét oszthatóság az utolsó 3 jeggyel írt számról ismerhető fel, ezért \overline{CBA} a 125, 375, 625 és 875 számok valamelyike, D pedig az a számjegy, amelyet a számok fordítottjának végére írva az $\overline{521D}$, $\overline{573D}$, $\overline{526D}$, ill. $\overline{578D}$ négyjegyű szám utolsó 3 jegyével írt szám osztható 8-cal. Az első esetben 212 és 218 között csak 216 osztható 8-cal, vagyis $D = 6$, és egy megoldás $5216 \cdot 6125$. Hasonlóan a további 3 esetből is egy-egy megfelelő számpár adódik: $5736 \cdot 6375$, $5264 \cdot 4625$ és $5784 \cdot 4875$. Más megoldás nincs.

Bulkai Tamás (Győr, Benedek-rendi Czuczor G. g. I. o. t.)

II. megoldás. A fenti jelöléseket tovább használva a $(10^3A + 10^2B + 10C + D)(10^3D + 10^2C + 10B + A)$ szorzat kifejtésének azokat a tagjait tekintjük, amelyekben 10 kitevője kisebb 3-nál:

$$(1) \quad 10^2(DC + CB + BA) + 10(DB + CA) + DA,$$

és a számjegyekre abból keresünk feltételeket, hogy itt az utolsó tag 10-zel, az utolsó két tag összege 100-zal, a teljes kifejezés pedig 1000-rel osztható.

Legyen ismét $A = 5$, továbbá $D = 2k$, ahol k az 1, 2, 3, 4 számok valamelyike. Ezekkel az utolsó két tag összege,

$$10[k(2B + 1) + 5C],$$

csak akkor osztható 100-zal, ha $2B + 1$ osztható 5-tel, vagyis ha $B = 2$, vagy 7, továbbá, mivel ekkor a kifejezés $50(k + C)$, ill. $100k + 50(k + C)$, ha még a zárójel páros, $k + C = 2m$.

Még azt kell vizsgálnunk, mely feltételek mellett osztható 20-szal (1)-nek 50-ed része:

$$(B = 2 :) \quad 5(C + 4) + (4C + 1)k = 4(kC + C + 5) + k + C, \quad \text{ill.}$$

$$(B = 7 :) \quad 5(3C + 14) + (4C + 3)k = 4(kC + 3C + 17) + 3(k + C) + 2.$$

Az 5-tel, ill. 4-gyel való oszthatóság feltétele: $B = 2$ esetén: $4C + 1 = 5p$, $k + C = 4q$ (az utóbbi magában foglalja $k + C = 2m$ -et), ami egyrészt $C = 1$ és $k = 3$, vagyis $D = 6$ esetén teljesül, másrészt $C = 6$ és $k = 2$, $D = 4$ esetén; $B = 7$ esetén pedig $4C + 3 = 5p$, $3(k + C) + 2 = 4q$, amiből hasonlóan $C = 3$, $k = 3$, $D = 6$, ill. $C = 8$, $k = 2$, $D = 4$. Ismét a fenti 4 megoldást kaptuk.

Eff Lajos (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)