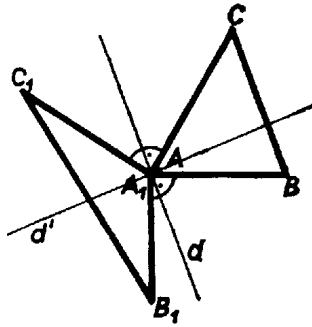


I. megoldás. Legyenek a háromszögek $ABC = H$ és $A_1B_1C_1 = H_1$ és legyen $A_1B_1 \perp AB$, $A_1C_1 \perp AC$. Ekkor a merőleges szárú szögekre ismert tétel szerint a $B_1A_1C_1$ szög vagy egyenlő a BAC szöggel, vagy kiegészítik egymást 180° -ra, és mindkét állítás teljesül, ha $BAC \leq 90^\circ$. Így elég azt megmutatnunk, hogy ha $BAC < 90^\circ$ és $B_1A_1C_1 < 180^\circ - BAC$ ($> 90^\circ$), akkor a BC -re merőleges egyenes metszi B_1C_1 -et (így B_1C_1 nem lehet merőleges BC -re).



Toljuk el H_1 -et úgy, hogy A_1 egybeessék A -val. (Az ábrán H_1 -nek ez a helyzete látható.) Ezzel az oldalak merőlegessége nem változik meg. Húzzuk meg A -n át a BC -vel párhuzamos d egyenest. Ez az AB és AC egyenesek határolta két tompaszögű szögtartományon halad át (különb metszené BC -t).

Az ábrát A körül 90° -kal elforgatva (bármelyik irányban) az AB egyenes A_1B_1 -be, AC az A_1C_1 -be megy át, d pedig a rá merőleges d' egyenesbe. Így d' az A_1B_1 és A_1C_1 egyenesek határolta, tompaszögű szögtartományokon halad át, s így metszi a B_1C_1 szakaszt. Ezt akartuk bizonyítani.

Semsey András (Budapest, Radnóti M. g. I. o. t.)

II. megoldás. Tudjuk, hogy egy szög és a rá merőleges oldalak közti szög vagy egyenlő, vagy az összegük 180° . Ezt felhasználva a szögekre vonatkozó számítással igazoljuk, hogy egyik megfelelő szögpárra sem állhat a második eset (hacsak nem derékszögről van szó). Legyenek a háromszögek A, B, C, A_1, B_1, C_1 csúcsánál levő szögek $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$. Ekkor

$$\alpha + \alpha_1 + \beta + \beta_1 + \gamma + \gamma_1 = 360^\circ.$$

Ha $\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$, akkor

$$\beta + \beta_1 + \gamma + \gamma_1 = 180^\circ.$$

Így egy második szögpár összege már nem lehet 180° , mert ekkor a harmadik szögpár mindegyike 0° lenne. Ekkor azonban

$$\beta = \beta_1, \quad \gamma = \gamma_1 \quad \text{és így} \quad \beta + \gamma = 90^\circ = 180^\circ - \alpha,$$

vagyis $\alpha = 90^\circ = \alpha_1$, tehát a megfelelő szögek ez esetben is egyenlők.