

I. megoldás. Megmutatjuk, hogy az adott számok közt előforduló legkisebb érték pozitív. Ebből már következik a feladat állítása. Legyen a hét szám növekedő, ill. nem csökkenő sorrendbe rendezve

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_7.$$

Így

$$(1) \quad a_2 + a_3 + a_4 \leq a_5 + a_6 + a_7.$$

mert a jobb oldal mindegyik tagja legalább akkora, mint a bal oldal ugyanannyiadik tagja. Ha az állítással ellentétben

$$(2) \quad a_1 \leq 0$$

lenne, akkor (1) bal oldalához a_1 -et adva ez az oldal még kisebbé válna, vagy változatlan maradna, tehát

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \leq a_5 + a_6 + a_7$$

következnék, a feltevessel ellentétben. Ezért (2) nem lehet igaz, és ezzel állításunkat bebizonyítottuk.

Pongrácz Imre (Miskolc, Bláthy O. vill. energ. ip. II. o. t.)

II. megoldás. Legyen a hét szám a, b, c, d, e, f, g . Írjuk fel a feltevést a számok következő két kettéosztására:

$$a + b + c + d > e + f + g,$$

$$a + e + f + g > b + c + d.$$

Ezeket összeadva, majd a mindkét oldalon fellépő számokat elhagyva

$$2a > 0, \quad \text{amiből} \quad a > 0.$$

a az adott számok bármelyikét jelentheti, ezért mindegyikük pozitív.

Surányi László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hasonlóan bizonyítható az állítás, ha benne a 7, 4, 3 számok helyére rendre $2k + 1$ -et, $k + 1$ -et, k -t írunk, ahol k természetes szám.

Kóczy László (Budapest, XI. Bocskai úti ált. isk. 7. o. t.)