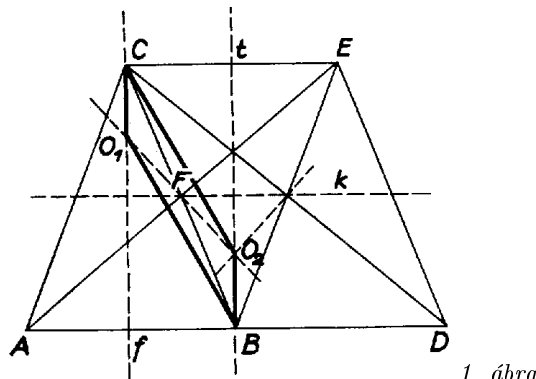


I. megoldás. O_1 származtatható, mint az AB és AE oldalak felező merőlegeseinek metszéspontja, O_2 pedig mint CE és CD felező merőlegeseinek metszéspontja.

Mármost CE felező merőlegese nyilván az ábra t szimmetriatengelye, és átmege B -n. AE és CD egymás tükörképei, ezért felező merőlegeseik is, így az utóbbiak t -n metszik egymást, és pedig O_2 -ben, vagyis AE felező merőlegese az O_1O_2 egyenes. Az AB szakasz f felező merőlegese párhuzamos t -vel és átmege C -n.



1. ábra

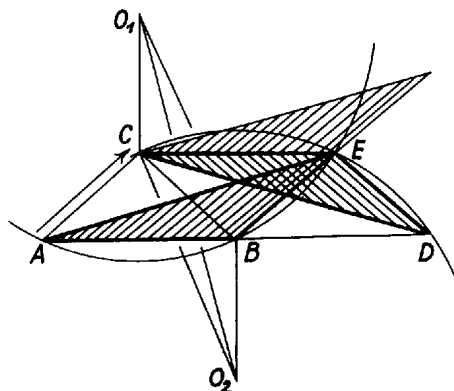
AE -nek F felezőpontja felezi BC -t is, mert $ABEC$ paralelogramma, így minden rajta átmenő egyenesnek f és t közé eső szakaszát felezi, azaz O_1O_2 -t is. Eszerint BO_1CO_2 paralelogramma.

Kivétel az az eset, ha O_2 a t -nek éppen a B pontjában adódik, és így egyszersemind O_1 egybeesik C -vel. Ekkor BO_1CO_2 elfajul a BC egyenesszakasszá, és AE felező merőlegese azonos BC -vel. Ebben a helyzetben $ABEC$ rombusz, és BC átlója egyenlő az oldalával. Így ez az eset akkor áll elő, ha ABC egyenlő oldalú háromszög.

Fodor Magdolna (Makó, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Bojár Gábor (Budapest, Apáczai Csere J. g. I. o. t.) rámutatott, hogy a BO_1CO_2 paralelogramma nem lehet sem rombusz, sem téglalap. Ennek belátását az olvasóra bízuk.

II. megoldás. Az I. megoldásban látott szimmetria miatt A és D , valamint C és E egymás tükörképe, ezért O_2 a t -n van, és a CDE háromszög köré írt kör átmege A -n is, tehát egyszersemind a CAE háromszögnek is körülírt köre (2. ábra).



2. ábra

A CAE és BEA háromszög egymás tükörképe a BC szár F felezőpontjára, mert – mint láttuk – $ABEC$ paralelogramma. Ezért a körülírt körük O_1 és O_2 középpontja is egymás képe F -re, így pedig BO_1CO_2 paralelogramma, és középpontja F .

Halász Ferenc (Budapest, Berzsenyi D. g. I. o. t.)

III. megoldás. Az ABE háromszög átvihető CED -be úgy, hogy eltoljuk AB irányába $AB/2$ szakasszal, majd tükrözzük az $ADEC$ trapéz középvonalának k egyenesére.¹ Ezek a lépések O_1 -et O_2 -be viszik át, C -t pedig B -be, ugyanis az $ABEC$ paralelogramma $CEDB$ -be megy át. Így a CO_1 és BO_2 szakaszok egyenlők. A két szakasz párhuzamos is, mert CO_1 az AB szakasz felező merőlegesének egy szakasza, így merőleges k -ra is, tehát iránya az eltolásnál nem változik, a k -ra való tükrözéssel viszont ellentétes irányúvá válik. Ebből következik, hogy CO_1BO_2 paralelogramma, kivéve, ha O_1 egybeesik C -vel, O_2 pedig B -vel.

Arányi Péter (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

¹ Ez a kristályok szimmetriáiban is fellépő ún. csúszótükrözés; ez szerepel az 1334. feladatban is, K.M.L. 29 (1964) 28. o. és 30 (1965) 114. o.

Megjegyzés. Teljesen hasonló gondolatmenettel látható be a négyszög paralelogramma volta, ha az ABE háromszöget először úgy toljuk el, hogy A a C pontba kerüljön, majd a CE egyenesre tükrözzük.

Laborczi Zoltán (Győr, Révai M. g. I. o. t.)