

A második számot kivéve a többi négy minden olyan számrendszerben összetett számot ad, amelynek alapszáma 3, vagy ennél nagyobb egész szám – más szóval, amelyben a 0, 1, 2 számjegyek használatosak, ill. van három különböző számjegyűk A , B , C helyettesítésére. Ugyanis e számok szorzat alakban írhatók:

$$\begin{aligned}12\,002\,110 &= 1\,200\,211 \cdot 10, & 121\,212 &= 12 \cdot 10\,101, \\102\,102 &= 102 \cdot 1001, & \overline{ABC\,ABC} &= \overline{ABC} \cdot 1001,\end{aligned}$$

és egyik felírt tényező sem lehet 1.

A második szám is minden b (egész) alapszámú számrendszerben összetett szám, mert páros szám. Ugyanis átrendezéssel, b -nek egyenlő számjegyekkel szorzott hatványait összefoglalva így írható:

$$2(b^9 + b^8 + b^4 + 1) + b(b^6 + b^4 + b^2 + 1)$$

(a kitevők a tízes számrendszerben értendők), és itt a második zárójel értéke páratlan b esetén is páros, mert páratlan szám hatványai páratlanok, és 4 páratlan szám összege páros. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Kálmán András (Budapest, Petőfi S. g. II. o. t.)

Megjegyzés. A második szám páros volta a 3-as alapszámra szorítkozva abból is belátható, hogy bármely b alapszámú számrendszerben az alapszámnál 1-gyel kisebb számmal való oszthatóságra ugyanaz az ismertetőjel érvényes, mint a tízes rendszerben a 9-cel való oszthatóságra. Ugyanis ez utóbbinak megállapításában csak azt használtuk fel, hogy bármely pozitív egész kitevő esetén $b^n - 1$ osztható $b - 1$ -gyel, tehát $b^n(b - 1)D + 1$, ahol D egész szám, és így pl. az

$$\begin{aligned}\overline{ABC} &= Ab^2 + Bb + C = A \cdot [(b - 1)D + 1] + B \cdot [(b - 1) + 1] + C = \\&= (b - 1)(A \cdot D + B) + (A + B + C)\end{aligned}$$

szám $b - 1$ -gyel való osztásánál fellépő maradék megegyezik az A , B , C számjegyek összegének $b - 1$ -gyel való osztása során adódó maradékkal. A második vizsgálandó számban a számjegyek összege 12 (tízes rendszerben értve), páros, így maga a szám is páros.