

$1963 = 13 \cdot 151$, és itt mindkét tényező prímszám. Elegendő tehát megmutatnunk, hogy mind a számláló, mind a nevező osztható 13-mal és 151-gyel.

Írjuk át a számlálót a következő alakba:

$$13(733^n + 150 \cdot 582^n) = 13[151 \cdot 582^n + (733^n - 582^n)].$$

A belső zárójelbeli különbség osztható az alapok különbségével: $733 - 582 = 151$ -gyel, így az oszthatóság a számlálóra fennáll.

A nevező esetében a tagok alábbi két csoportosítása vezet célhoz:

$$\begin{aligned} &(3333^n - 733^n) - (1068^n - 431^n), \\ &(3333^n - 1068^n) - (733^n - 431^n). \end{aligned}$$

Az elsőben a két kéttagú osztható $3333 - 733 = 2600 = 13 \cdot 200$ -zal, ill. $1068 - 431 = 637 = 13 \cdot 49$ -cel, tehát mindkét kéttagú osztható 13-mal. A második csoportosításban hasonlóan $3333 - 1068 = 2265 = 151 \cdot 15$, és $733 - 431 = 302 = 151 \cdot 2$, mindkét kéttagú osztható 151-gyel. Ezt akartuk bizonyítani.

Péter Tamás (Dombóvár, Gőgös I. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Tetszetősen vezet célhoz a számláló következő átalakítása is:

$$1963 \cdot 582^n + 13(733^n - 582^n),$$

de nem lényegesen különböző a fentitől.