

A felírt egyenlőségek helyesek, a két oldal közös értéke rendre 1, 9, 35, 91.

A bal oldalon egymás utáni egész számok összege áll, az utolsó tagok rendre az egymás utáni négyzetszámok; minden sor első tagja viszont az előző sor utolsó tagja után következő szám. Ezek alapján a következő sor bal oldalára a következő összeg kerül: $17 + 18 + 19 + \dots + 25$, ennek értéke 189. A jobb oldalon két egymás utáni szám köbének az összege áll, a nagyobbik annak a számnak a köbe, aminek a négyzetével a bal oldal befejeződött, a következő sorba tehát a $4^3 + 5^3 = 64 + 125 = 189$ összeget kell írunk, amivel valóban egyenlőségre jutunk:

$$17 + 18 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 = 64 + 125.$$

A két oldal közös értéke a 2–4. sorok esetében csak egy-egyféleképpen írható két tényezős szorzat gyanánt (1-et nem engedjük meg tényezőnek):

$$3 \cdot 3, \quad 5 \cdot 7, \quad 7 \cdot 13.$$

Ezekben a felbontásokban az első tényező a megfelelő sor bal oldalán álló tagok száma, a második tényező pedig a nagyságra nézve középső tag. Az 5. sor két oldalának közös értéke 3-féleképpen írható két tényezős szorzat alakban:

$$189 = 3 \cdot 63 = 7 \cdot 27 = 9 \cdot 21,$$

közülük az utolsóban megismétlődik az észrevett szabályszerűség.

Az 5. sor képezésénél követett szabályszerűségek alapján a 20. sor bal oldalára a $19^2 + 1 = 362$ -től $20^2 = 400$ -ig terjedő egész számok összege kerül. A tagok száma $400 - 361 = 39$, közülük a középső, a 20-adik 381. A jobb oldalra kerülő összeg $19^3 + 20^3$.

A bal oldal összegét kiszámíthatjuk annak alapján, hogy egy a 381 előtt álló és az ugyanannyival utána álló tag összege mindig $2 \cdot 381$ -et ad, mert amennyivel az előbb következő tag kisebb 381-nél, ugyanannyival nagyobb a későbbi tag. 19 ilyen pár képezhető; hozzávéve még a középső tagot, összesen $2 \cdot 19 + 1 = 39$ -szer kapjuk a középső tagot, 381-et. Így az összeg értéke $39 \cdot 381 = 14\,859$. A jobb oldali két köbszám összegéből kiemelve az alapok összegét, azt kapjuk, hogy $19^3 + 20^3 = (19 + 20) \cdot (19^2 - 19 \cdot 20 + 20^2) = 39 \cdot [19^2 + 20(-19 + 20)] = 39 \cdot 381 = 14\,859$.

Az egyenlőség tehát a 20. sornál is fennáll.

Az itt követett gondolatmenet alkalmas annak megmutatására is, hogy a talált szabályosság szerint felírt akárhányadik sor helyes egyenlőségre vezet, és a két oldal közös értéke a bal oldali tagok számának és a középső tagnak a szorzataként írható.

Baranyai Zsolt (Budapest, Rákóczi F. Gimn. II. o. t.)