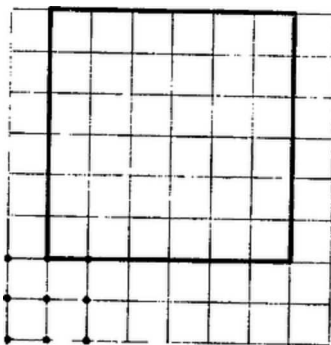


I. Egy a feltételnek megfelelő négyzet oldalai lehetnek párhuzamosak a sakktábla oldalaival; ha nem ilyenek, a csúcsain át a tábla oldalaival párhuzamos egyeneseket húzva befoglalhatjuk egy a tábla oldalaival párhuzamos oldalú négyzetbe – nevezzük az ilyeneket alapnégyzetnek – úgy, hogy az előbbi csúcsai az alapnégyzet oldalain vannak. Megszámoljuk egyrészt az egy alapnégyzetbe a mondott módon beírható négyzeteket, másrészt a táblán elhelyezhető alapnégyzeteket.



Egy alapnégyzetbe annyi négyzetet írhatunk be, ahány belső hálózati pont van a négyzet egy oldalszakaszán. Számítsuk ehhez hozzá magát az alapnégyzetet is, így összesen annyi négyzetet kapunk, ahány egységnyi az alapnégyzet oldala, egységnek a sakktábla egy mezejének oldalát választva (ugyanis az oldal minden egységnyi szakaszához a kezdőpontjából kiindulva rajzolható négyzet, az elsőhöz tehát magát az alapnégyzetet párosíthatjuk hozzá).

Nézzük most meg, hol helyezkedhet el egy c egységnyi oldalú alapnégyzet bal alsó csúcsa. Ez nyilván lehet a tábla bal oldalán, vagy az onnan számított legfeljebb $8 - c$ -edik hálózati egyenesen. (Ha pl. $c = 6$, akkor a bal alsó csúcs a tábla bal szélétől 0, 1, vagy 2 egység távolságra lehet.) Hasonlóan a kérdéses csúcs a tábla alsó oldalától legfeljebb $8 - c$ egység távolságban lehet. Ez a csúcs tehát a tábla bal alsó sarkában elhelyezhető $8 - c$ oldalú alapnégyzet valamelyik hálózati pontja lehet. Ennek a négyzetnek minden oldalán $8 - c + 1 = 9 - c$ hálózati pont van, a négyzet tehát $(9 - c)^2$ hálózati pontot tartalmaz. Ugyanennyiféleképpen helyezhető el egy c egységnyi oldalú alapnégyzet a sakktáblán úgy, hogy csúcsai hálózati pontok legyenek. (pl. $c = 6$ esetén $(9 - 6)^2 = 3^2 = 9$ -féleképpen.)

Mindegyikbe c -féleképpen írható be négyzet (közéjük számítva az alapnégyzetet is), így összesen $(9 - c)^2$ számú olyan négyzetet kapunk, amelyek c oldalú négyzetbe van beírva. Ezt $c = 1, 2, \dots, 8$ -ra összeadva kapjuk a keresett négyzetek számát. Ez

$$8^2 + 7^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 4 + 4^2 \cdot 5 + 3^2 \cdot 6 + 2^2 \cdot 7 + 8 = 540.$$

II. Összeszámláljuk most a kizárandó négyzeteket, amelyeknek egyik csúcsa a tábla K középpontja. Egy ilyen négyzet olyan alapnégyzetbe van beírva, amelyiknek egyik oldala K -n megy keresztül, s így az alapnégyzet, oldala legfeljebb 4 egységnyi, mert K távolsága a tábla széleitől 4 egység. Ha egy c oldalú alapnégyzet határán levő valamelyik hálózati pontját K -ba helyezzük és beleírjuk azt a négyzetet, amelyiknek ez az egyik csúcsa, egy kizárandó négyzetet kapunk, és az alapnégyzet más-más hálózati pontját illesztve K -ba más-más négyzetet. Így $4c$ olyan kizárandó négyzet van, amelyik c oldalú alapnégyzetbe van írva, mert ennyi hálózati pont van az alapnégyzet határán. Ezt $c = 1, 2, 3, 4$ -re összegezve a kizárandó négyzetek száma

$$4 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 40,$$

s így 500 olyan négyzet van, amelynek csúcsai a sakktáblának a középpontjától különböző hálózati pontjai.

Siket Aranka (Makó, József A. g. II. o. t.)