

I. megoldás. A 2. ábra OB_3B_4 egyenlő szárú háromszögében B_3 -nál 160° -os szög van, ezért az O -nál és B_4 -nél levő szög 10° -os. Az $A_4B_3B_4$ egyenlő szárú háromszögben pedig B_4 -nél 140° -os, B_3 -nál és A_4 -nél 20° -os szög van. Ezért O , B_3 , A_4 egy egyenesen vannak. Messe OB_4 meghosszabbítása az A_3A_4 egyenest F -ben, ekkor $A_4B_4F \sphericalangle = 180^\circ - (10^\circ + 140^\circ) = 30^\circ$. Mivel továbbá $A_3A_4B_4 \sphericalangle = 60^\circ$, azért $A_4FB_4 \sphericalangle = 90^\circ$, a B_4F szakasz az $A_3A_4B_4$ egyenlő oldalú háromszög magassága.

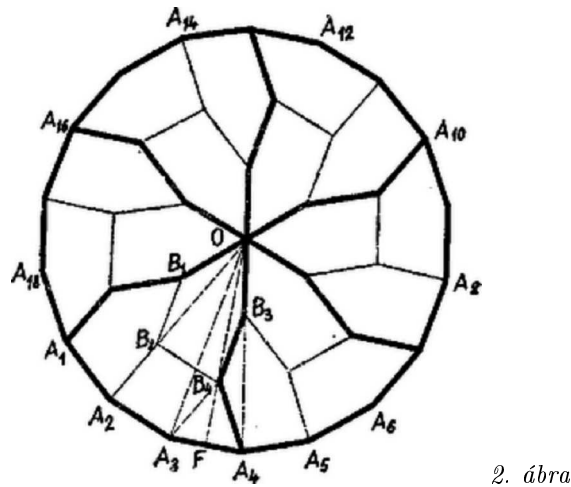
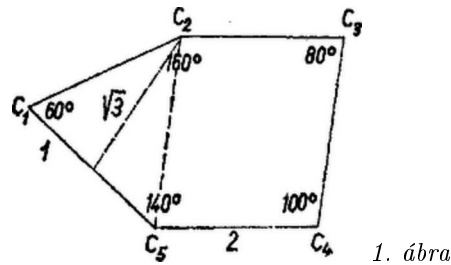
Legyen a 18-szög és az ötszöglemez oldalhossza 2 egység. Ekkor $OB_4 = 4 \cos 10^\circ$ és $B_4F = \sqrt{3}$, másrészt $FA_4 = 1$, és az OA_4F derékszögű háromszögből $OF = \operatorname{ctg} 10^\circ$, ennél fogva az $OF = OB_4 + B_4F$ egyenlőségből

$$(1) \quad \operatorname{ctg} 10^\circ = 4 \cos 10^\circ + \sqrt{3}$$

egy a feladat követelményének megfelelő összefüggés.

Az iskolai függvénytáblázat szerint a bal oldal értéke 4 értékes jegyre 5,671, a jobb oldalé pedig $4 \cdot 0,9848 + 1,732 = 3,9392 + 1,732$, ami 4 értékes jegyre megegyezik a bal oldallal.

Somos Péter (Budapest, Rákóczi F. g. III. o. t.)



II. megoldás. A kitűzésnél idézett gyakorlat eredménye szerint az ötszöglemez területe egyenlő a 18-szög területének 18-ad részével. Ennyi az OA_3A_4 egyenlő szárú háromszög területe is, ami a fentiek szerint $FA_4 \cdot FO = \operatorname{ctg} 10^\circ$ -kal egyenlő. Az ötszöglemez viszont felbontható egy 2 egységnyi oldalú, 80° -os hegyesszögű rombuszra (1. ábra, ugyanis a C_3 , C_4 csúcsoknál levő szögek összege 180°) és egy 2 egységnyi oldalú szabályos háromszögre; a rombusz magassága $2 \sin 80^\circ = 2 \cos 10^\circ$, így területe $4 \cos 10^\circ$, a szabályos háromszög magassága pedig $\sqrt{3}$. A mondott egyenlőségből és feldarabolásból ismét (1)-re jutunk.

Tamás Géza (Makó, József A. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Az I. megoldásban 30° helyett $3 \cdot 10^\circ$ -ot, $FA_4 = 1$ helyett $B_4A_4 \sin 30^\circ = 2 \sin 3 \cdot 10^\circ$ -ot és $\sqrt{3}$ helyett $2 \cos 3 \cdot 10^\circ$ -ot írva (1) így alakul:

$$\sin 3 \cdot 10^\circ \operatorname{ctg} 10^\circ = \sin 3 \cdot 10^\circ \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} = 2 \cos 10^\circ + \cos 3 \cdot 10^\circ.$$

A tavalyi II. osztályos megoldók újabb ismereteik alapján könnyen igazolhatják, hogy ez az összefüggés 10° helyén minden olyan α szögre érvényes, amelyre $\sin \alpha \neq 0$.