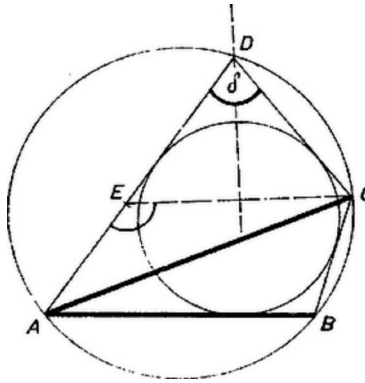


Legyen a keresett négyszög $ABCD$, amelyben az AB oldal, az AC átló és a $\delta = \angle ADC$ szög az előírt nagyságúak. Négyszögünk húrnégyszög, ezért $\angle ABC = 180^\circ - \delta$. Így az ABC háromszög megszerkeszthető, két oldalából és egy szögéből.



Másrészt a keresett négyszögnek van beírt köre is, így fennáll $AB+CD=BC+DA$, amiből $AB-BC=AD-CD$. Itt a bal oldali különbség a megszerkesztett ABC részháromszögből ismert, tehát az ACD háromszögben ismerjük az AC oldalt, a másik két oldal különbségét és a köztük levő szöget. – Ha a különbség 0, vagyis a háromszög egyenlő szárú, akkor a másik két szög is ismert, ezeket felmérve az ismert oldalra, megkapjuk a keresett másik részháromszöget is. – Ha a különbség nem nulla, akkor válasszuk a betűzést úgy, hogy pozitív legyen. Mérjük rá AD -re a $DE=DC$ szakaszt, ekkor CDE egyenlő szárú háromszög, E -nél levő külső szögére $AEC\angle = EDC\angle + DCE\angle = \delta + 90^\circ - \delta/2 = 90^\circ + \delta/2$. Így az ACE háromszög két oldalából és a nagyobbikkal szemközti szögből megszerkeszthető, és pl. CE felező merőlegese kimetszi az AE egyenesből a D csúcsot.

Ha $AC > AB$, akkor az ABC háromszögre 1 megoldás van, ugyanígy akkor is, ha $AC = AB$, és $ABC \angle < 90^\circ$, vagyis $ADC \angle > 90^\circ$; ha $AC = AB$, és $ADC \angle \leq 90^\circ$, akkor nincs megoldás; ha $AC < AB$, akkor lehet a feladatnak 2 vagy 1 megoldása, vagy nem kapunk megoldást. A szerkesztés további lépései a létrejött ABC háromszögből kiindulva mindig végrehajthatók és egyértelműek. Ugyanis, mint láttuk, $AEC \angle > 90^\circ$, ezért az AC átlónak nagyobbbnak kell lennie az $AE = AD - DC = AB - BC$ különbségnél, ez a feltétel azonban – amennyiben az ABC háromszög létrejött – teljesítve van. Mindezek szerint a négyszögre annyi megoldást kapunk, ahány megoldás az ABC háromszögre adódott.

Sarkadi Nagy István (Debrecen, Református g. I. o. t.)

Megjegyzés. A szerkesztés második része lényegében a 787. feladat egy megoldása. A 27. kötet (1963/10.) 66. oldalán a fentén kívül egy másik megoldás is található rá, ami szintén előfordult e feladat megoldásai közt is.