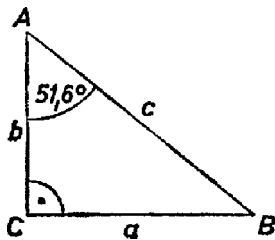


Legyen az ABC derékszögű háromszögben $AC = b = 465$ m, $BAC \sphericalangle = \alpha = 51,6^\circ$, $BC = a$, $AB = c$, $ABC \sphericalangle = \beta = 38,4^\circ$. A szögek radiánban vett mértékszámát is α -val, β -val jelöljük, ez nem okoz félreértést.



I. Az említett közelítő képletet mindkét hegyes szögre alkalmazva:

$$\frac{3a}{2c+b} = \alpha, \quad \frac{3b}{2c+a} = \beta,$$

elsőfokú egyenletrendszert kapunk a -ra és c -re:

$$3a - 2\alpha c = \alpha b, \quad \beta a + 2\beta c = 3b.$$

Innen

$$a = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta+3}{\alpha+3} \cdot b, \quad c = \frac{9-\alpha\beta}{2\beta(\alpha+3)} b,$$

α és β értékét a $\pi \approx 22/7$ közelítő értéket használva 0,04% hibával kapjuk, tehát a negyedik értékes jegyben kis hibával. Másrészt a és c első értékes jegye százasként várható, tehát 3 értékes jegyre kell számítanunk. Ezért az előkészítő számítások első lépéseiben 5, majd csak 4 értékes jegyet számítanunk ki:

$$\begin{aligned} \alpha &\approx \frac{11 \cdot 51,6}{630}, & \beta &\approx \frac{11 \cdot 38,4}{630}; \\ a &= \frac{51,6}{38,4} \cdot \frac{11 \cdot 38,4 + 1890}{11 \cdot 51,6 + 1890} \cdot 465 \approx \frac{119\,320}{94\,372} \cdot 465 \approx 1,264 \cdot 465 \approx 588 \text{ m}, \\ c &= \frac{9 \cdot 630^2 - 11^2 \cdot 51,6 \cdot 38,4}{2 \cdot 11 \cdot 38,4(11 \cdot 51,6 + 1890)} \cdot 465 \approx \\ &\approx \frac{3\,332\,300}{2\,076\,200} \cdot 465 \approx 1,605 \cdot 465 \approx 746 \text{ m}. \end{aligned}$$

II. Másrészt a függvénytáblázat felhasználásával $a = b \operatorname{tg} \alpha \approx 465 \cdot 1,262 \approx 586,8$ m,

$$c = \frac{b}{\cos \alpha} \approx \frac{465}{0,6211} \approx 1,610 \cdot 465 \approx 748,6 \text{ m}.$$

Ezek szerint egyik számításunk hibája sem haladja meg a 0,5%-ot.

Bárány Imre (Budapest–Mátyásföld, Corvin Mátyás g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Elegendő a közelítő képletet a kisebb szögre alkalmazni – mert így kisebb a hiba –, ugyanis a másik egyenletet pótolhatjuk a Pythagorász-tétellel. Így viszont másodfokú egyenletre jutunk, a számítás bonyolultabb:

$$\begin{aligned} \beta a + 2\beta c &= 3b, & c^2 - a^2 &= b^2, \\ a &= \frac{b}{3\beta}(-3 \pm 2\sqrt{9-3\beta^2}), & c &= \frac{b}{3\beta}(6 \mp \sqrt{9-3\beta^2}), \end{aligned}$$

és a két megoldás közül ki kell választanunk a megfelelőt. Innen $a \approx 586$ és $C \approx 747$ adódik, ezek a pontos értéktől valóban még kevésbé térnek el.

Ferenczi György (Budapest, I. István g. II. o. t.)

2. Sok dolgot nehezen ellenőrizhetővé tett a számadatok korai behelyettesítése. – Néhányan ügyesen kihasználták, hogy jó közelítéssel $\alpha \approx 0,900$ és $\beta \approx 0,670$.

3. Lásd még az 1229. feladathoz¹ fűzött 2. megjegyzést.

¹L. ezen számban, 133. o.