

Hozzuk egyszerűbb alakra az egyenlőségi jelekkel elválasztott kifejezéseket.

$$\text{az első: } \frac{(a^2 + ab)(a - ac + b)}{(ab + b^2)(a - bc + b)} = \frac{a(a + b)(a - ac + b)}{b(a + b)(a - bc + b)} = \frac{a(a - ac + b)}{b(a - bc + b)},$$

$$\text{a második: } \frac{(a^2 + ab)(2a + b)}{(ab + b^2)(a + 2b)} = \frac{a(2a + b)}{b(a + 2b)},$$

$$\text{a harmadik: } \frac{(ab + a^2)}{(ab + b^2)} = \frac{a}{b}.$$

Ennek során a következő kifejezésekkel bővítettünk, ill. egyszerűsítettünk:

$$(1) \quad a - bc + b, \quad a - ac + b, \quad a + b, \quad a + 2b, \quad 2a + b, \quad a - b.$$

A keresett feltételek első csoportja az, hogy ezek egyike sem lehet 0. Ezek teljesülése esetén az utolsó két kifejezés azonos, egyenlők, ha  $b \neq 0$ .

A továbbiakban elég megkeresnünk annak feltételét, hogy az első két kifejezés külön-külön egyenlő legyen az utolsóval. Ekkor ugyanis amazok egymással is egyenlők. Az első és az utolsó különbsége

$$\frac{a}{b} \left( \frac{a - ac + b}{a - bc + b} - 1 \right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{(b - a)c}{a - bc + b}.$$

Ez akkor és csak akkor 0, és vele a két kifejezés akkor és csak akkor egyenlő, ha az  $a$ ,  $c$  és  $b - a$  számok közül legalább az egyik 0. Ennek lehetőségét  $b - a$ -ra (1)-ben kizártuk, marad tehát az, hogy  $a$  és  $c$  közül legalább az egyik 0. Hasonlóan a második és negyedik kifejezésre

$$\frac{a}{b} \left( \frac{2a + b}{a + 2b} - 1 \right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{a - b}{a + 2b} = 0$$

-ből is csak az  $a = 0$  feltételt tarthatjuk meg. E két eredményt egybevetve látjuk, hogy a  $c = 0$  feltétel  $a = 0$  nélkül nem elegendő az egyenlőségsorozat teljesüléséhez,  $a = 0$  mellett viszont nem szükséges hozzá, tehát a fenti feltételekhez csupán  $a = 0$ -t kell hozzácsatolni.

$a = 0$ -val az (1) kifejezésekre kimondott követelmények így egyszerűsödnek:

$$b(1 - c) \neq 0, \quad b \neq 0 \quad (5 \text{ kifejezésből, majd önállóan is}),$$

ennélfogva az egyenlőségsorozat fennállásának feltételei

$$a = 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 1.$$

Langer László (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)