

Az egyenlőségek fennállnak, a két oldal értéke az egymás utáni sorokban rendre 25, 365, 2030, 7230.

Mindegyik sorban egymás utáni természetes számok négyzetei állnak, a tagok száma az egymás utáni sorokban 3, 5, 7, 9, és a bal oldalon mindig 1-gyel több tag áll, mint a jobb oldalon. Eszerint az 5. sorba 11, a 6. sorba 13 egymás utáni természetes szám négyzetét kell úgy beírunk, hogy balról 6, ill. 7 tag álljon, a többiek pedig a jobb oldalon.

Könnyen felismerhető szabályszerűséget mutatnak a sorok középső tagjainak alapjai, a 4, 12, 24, 40 számok is. Köztük a növekedés rendre 8, 12, 16, mindegyik 4-gyel nagyobb az előzőnél. Ha ez a szabályosság továbbra is érvényben marad, akkor a következő sorban az egyenlőség-jel előtt a 40-nél 20-szal nagyobb számnak, 60-nak a négyzete áll, a rá következő sorban pedig a még 24-gyel nagyobb számnak, a 84-nek a négyzete. Ezeket írva középső tagnak, az 5. és 6. sor kezdő tagjának $60 - 5 = 55$, ill. $84 - 6 = 78$ adódik. Az így adódó egyenlőségek valóban helyesek:

$$\begin{aligned} 55^2 + 56^2 + 57^2 + 58^2 + 59^2 + \mathbf{60^2} &= 61^2 + 62^2 + 63^2 + 64^2 + 65^2, \\ 78^2 + 79^2 + 80^2 + 81^2 + 82^2 + 83^2 + \mathbf{84^2} &= 85^2 + 86^2 + 87^2 + 88^2 + 89^2 + 90^2, \end{aligned}$$

mindkét oldal értéke 19 855, ill. 45 955. Ezzel eleget tettünk a feladat előírásának.

Jermendy György (Szeghalom, Péter A. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Az 5. sor középső x számát az

$$\begin{aligned} (x-5)^2 + (x-4)^2 + (x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 &= \\ &= (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 + (x+5)^2 \end{aligned}$$

egyenletből is megkaphatjuk: $x^2 - 60x = x(x - 60) = 0$, amiből $x_1 = 60$ és $x_2 = 0$. A második gyök érdektelen. Hasonlóan a 6. sor középső y száma az

$$(y-6)^2 + (y-5)^2 + \dots + y^2 = (y+1)^2 + \dots + (y+6)^2$$

egyenletből $y_1 = 84$ (további gyök ismét $y_2 = 0$).

Boldizsár Ferenc (Kaposvár, Táncsics M. g. II. o. t.)

2. Az egymás utáni sorok kezdő és záró tagjai hasonló szabályszerűséget mutatnak: a növekedések rendre 7, 11, 15, ill. 9, 13, 17, lépcsőről lépcsőre 4-gyel nagyobb. Ezekből is megkaphatjuk a következő sorok megfelelő tagját.

Több dolgozat abból az észrevételből indult ki, hogy mindegyik következő sor első alapszáma nagyobb az előző sor utolsó alapszámánál és az egymás utáni sorok között rendre 4, 6, 8 természetes szám maradt ki az alapok sorozatából: 6, 7, 8 és 9, majd 15, 16, ..., 20, végül 28, 29, ..., 35. Ha ez a szabályszerűség folytatódik, akkor az 5. sor $44 + (10 + 1) = 55$ -tel kezdődik; és mivel záró tagja $55 + (11 - 1) = 65$, azért a következő sor $65 + (12 + 1) = 78$ -tól $78 + (13 - 1) = 90$ -ig tartalmazza alap gyanánt a természetes számokat. Ez is helyes meglátás.