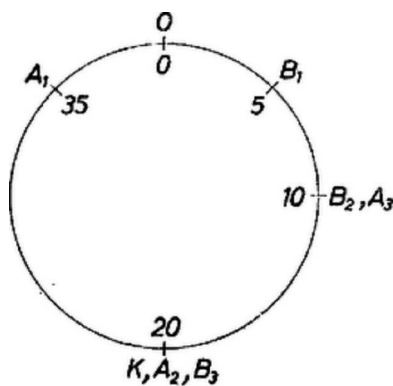


A körpálya bármely P pontját annak az OP ívnek a hosszával jellemezzük, amelyet B a maga O kiinduló pontjától P -ig megtett az első körüljárásban. Így A -nak K kiinduló pontjára $OK = 20$ m. Elég lesz A forduló pontjait vizsgálnunk, két egymás utáni forduló pont között ugyanis A egyenletesen mozog.



1. ábra

Az első forduló pontig A üldözi B -t. Az induláskor B -hez képest 20 m volt a hátránya, és ez az első forduló pontig a megengedett 10 m-re csökken. A másodpercenként $3 - 1 = 2$ m-rel csökkenti hátrányát, ezért a forduláig $10 : 2 = 5$ mp telik el. Eddig A 15 m-t tesz meg, tehát a pálya $20 + 15 = 35$ m jelzésű A_1 pontjába jut. B eddig megtett útja pedig 5 m, tehát ekkor B az 5 m jelzésű B_1 pontban van.

A mozgás második szakaszában A szembe halad B -vel. Kezdeti 30 m-es távolságuk mp-enként $3 + 1 = 4$ m-rel csökkenve 5 mp alatt fogy a megengedett 10 m-re. Eddig A éppen visszaér K -ba, B pedig 5 m-rel halad túl B_1 -en új, B_2 helyzetére $OB_2 = 10$ m.

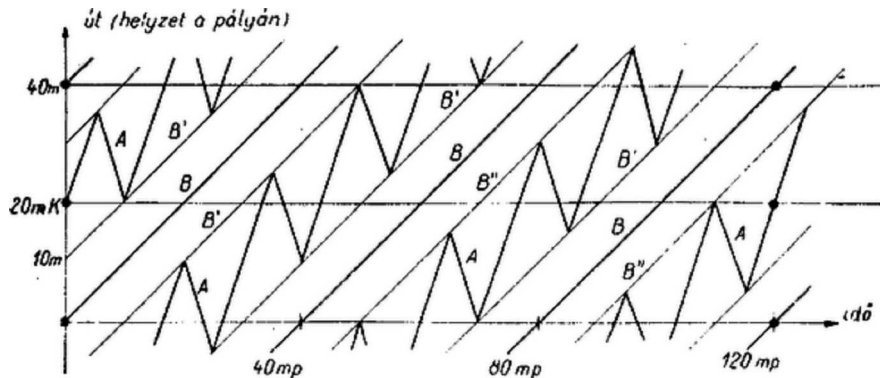
A harmadik szakaszban A ismét üldözi B -t, mint az első szakaszban. Ez azonban kétszer annyi ideig, 10 mp-ig tart, mert A -nak a szakasz végéig 30 m-ről 10 m-re, vagyis 20 m-rel kell csökkentenie hátrányát. E 10 mp alatt A útja áthalad O -n és az A_3 pontba jut, amelyre $OA_3 = KA_3 - KO = 10$ m. B pedig 10 m-rel előre, a B_3 -ba jut, amelyre $OB_3 = 20$ m.

Ezzel megkaptuk A két egymás utáni, azonos jellegű fordulópontját, ti. amikor üldözés után szembefordul B -vel. A további, váltakozva B -vel szembefutó és üldöző mozgásszakaszok időtartama nyilván váltakozva ugyancsak 5, ill. 10 mp. Eszerint A először 5 mp-ig B mozgásával egy irányban halad a pályán, utána pedig szakaszosan ismétlődve 5 mp-ig visszafelé, majd 10 mp-ig előre halad.

További kérdés az, ha a mozgásokat a pályához képest nézzük, adódik-e a mozgás során A -nak és B -nek a pályán olyan helyzete, amely egyszer már előfordult. Innen kezdve ugyanis a mozgás szakaszai a pályához képest is ismétlődnek.

B mozgása a pályán 40 mp-enként ismétlődik, amennyi idő alatt egyszer körülfutja a pályát; A -nak ugyanolyan jellegű (azaz pl. üldözésből szembe haladásra átváltó) forduló pontjai viszont 15 mp-enként. E két időköz legkisebb közös többszörösében, 120 mp-ben megkapjuk azt a legkisebb időközt, amelynek elején és végén B -nek a pályához viszonyított helyzete is és A helyzete B -hez képest is ugyanaz. 120 mp eltelte után B valóban O -ban van, addig 3 teljes körüljárást tett. Viszont A -nak a kezdeti 5 mp-es szakasz utáni 115 mp-es mozgásában 7-szer ismétlődik az 5 mp-es visszafelé és 10 mp-es előremozgás, végül a fennmaradó 10 mp-ből ismét 5 mp-ig visszafelé, és 5 mp-ig előre mozog. Így $7 \cdot 5 + 5 = 40$ mp-ig mozgott visszafelé és $5 + 7 \cdot 10 + 5 = 80$ mp-ig előre; annyit haladt tehát előre, mintha csak 40 mp-ig mozgott volna előre. Ez alatti útja 120 m, a pálya hosszának 3-szorosa, tehát 120 mp elteltével A is a maga K kiindulópontjában van. (Azonban e pillanatban K nem forduló pontja A -nak.)

Eredményünk a mozgások grafikonjából is kiolvasható. Azt, hogy A csak 10 m-re közelítheti meg B -t, helyettesíthetjük a következő feltétellel: B egy 20 m hosszú test (a köríven mérve). Így a grafikonon B elejét és végét külön tüntetjük fel (B' ill. B'') és a köztük levő szakaszt tölti ki B .



2. ábra

Az O ponton való áthaladások úgy mutatkoznak, hogy A , B , B' , B'' grafikonja a 40 m-es pályahossznak megfelelő egyenesen megszakad és az O -nak megfelelő egyenes ugyanazon időponthoz tartozó pontjából a szakadás előtti irányban folytatódik. (Az O pont kb. 5 m-es környezetében lefolyó mozgásrészek grafikonját jobb áttekintés végett fent, ill. lent megismételtük.) Az A előre és visszafelé való mozgásszakaszait ábrázoló egyenesszakaszok az időtengelyhez képest ugyanakkora szöggel emelkednek, ill. süllyednek, és mindig B' , és B'' grafikonjai között maradnak. A grafikonon is látható, hogy 120 mp eltelte után mind B , mind A a kiindulópontjában van, előbb viszont ez egyidejűleg nem fordul elő.

Hasonlóan lehet belátni, hogy a mozgás akkor is 120 mp-enként ismétlődik, ha A a B -vel szembe indul el.

Lehel Csaba (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. I. o. t.)