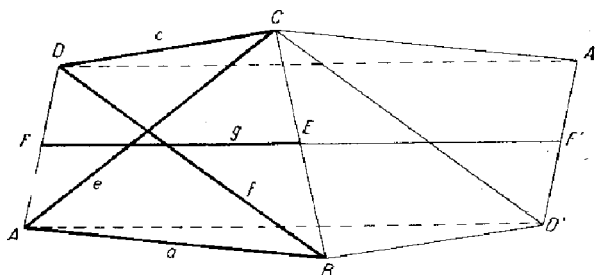


Képzeliük megoldottnak a feladatot, legyen a keresett négyszög $ABCD$, amelyben az AC és BD átló, az AB és CD oldal hossza rendre egyenlő az előre adott e , f , a , ill. c szakasszal, továbbá a BC oldal E és a DA oldal F felezőpontjának EF távolsága egyenlő az adott g szakasszal.



Tükrözzük a négyszöget az E pontra. Így B és C egymásba mennek át, A , D és F tükörképe pedig legyen rendre A' , D' , F' . Az $ADA'D'$ négyszög paralelogramma, mert átlói felezik egymást. Ezért az $AFF'D'$ négyszög szemben fekvő $F'D'$ és FA oldalai párhuzamosak, másrészt egyenlők is, mert a tükrözés, ill. a felezés miatt egyenlők FD -vel, tehát $AFF'D'$ paralelogramma. Ennélfogva $AD' = FF' = 2FE = 2g$. Mivel továbbá a tükrözés miatt $BD' = CD = c$ és $D'C = DB = f$, azért az $AD'B$ és az $AD'C$ háromszög mindhárom oldala ismert, közös AD' oldaluk helyzetének megválasztása után megszerkeszthetők. A még hiányzó D csúcsot akár D' -nek BC felezőpontjára való tükrözésével, akár a $BD'C$ háromszögnek $BD'CD$ paralelogrammává való kiegészítésével megkaphatjuk.

A szerkeszthetőség feltétele, hogy a $2g$, a , c és $2g$, e , f szakaszhármassok teljesítsék a háromszög-egyenlőtlenséget. Ha mindkét feltétel teljesül, akkor D is szerkeszthető.

Az $AD'B$ és $AD'C$ háromszögek közül az elsőnek megszerkesztendőre – pl. $AD'B$ -re – elég egy megoldást tekintetbe vennünk. A második háromszög harmadik csúcsát azonban – a példát folytatva C -t – már AD' -nek mindkét partján figyelembe kell vennünk. Így a megoldások száma 2, ugyanis D szerkesztése ismét egyértelmű.

Greguss Pál (Budapest, Fazekas M. gyak. g., II. o. t.)

Megjegyzés. Többen 4-ben, sőt 8-ban állapították meg a megoldások számát abból, hogy D -t a BC alapra az f és c oldalakból – a BC -nek D' -vel ellentétes partján – 2-féleképpen szerkesztették. Ezzel azonban az f és c szakaszok átló, ill. oldal szerepét felcserélték. A B -re az AD' mindkét partján adódó lehetőséget figyelembe véve az előbbiektől csak körüljárási irányban különböző (azaz tükrösen egybeeső) megoldásokat kapunk.