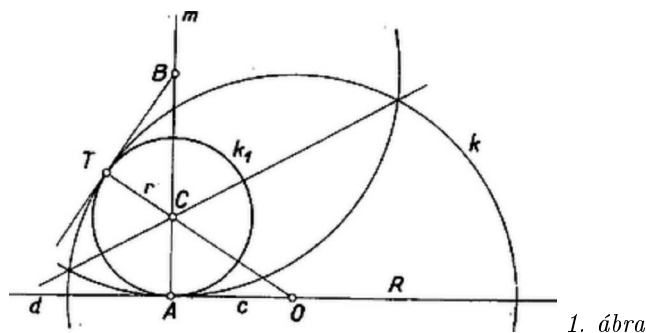


A megoldásban a következő jelöléseket használjuk: az adott kör k , a keresett kör k_1 , középpontjuk O , ill. C , sugaruk R , ill. r , érintkezési pontjuk T , az adott pont A , az OA szakasz c , az OA egyenes d és az erre A -ban állított merőleges m . Feltesszük, hogy A nem azonos O -val, enélkül d határozatlan. k_1 -et d -nek mindig csak az egyik partján szerkesztjük meg, a másik parton levő megoldás tükrözéssel adódik.



1. ábra

I. megoldás. Az OAC derékszögű háromszögben ismerjük OA -t, mely a derékszög mellett fekszik, és a másik két oldal $AC + CO = TC + CO = TO = R$ összegét. Eszerint C megszerkesztése a 751. gyakorlat ¹ speciális esete, amikor $\alpha = 90^\circ$. Az ottani I. megoldás szerint m -re A -ból ráérve az $AB = R$ távolságot, C -t m -ből az OB szakasz f felező merőlegese ² metszi ki (1. ábra).

A 751. gyakorlatra hivatkozva szerkesztésünk helyességének bizonyítását és a diszkussziót mellőzhetjük. Mindig 1 megoldás van (d megválasztott partján), mert A belső pont, és így $c < R$.

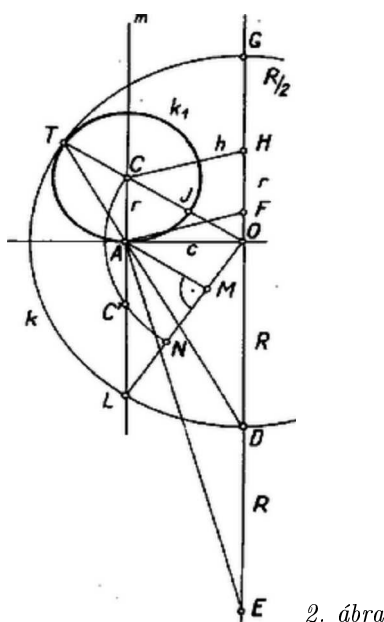
Zichy László (Esztergom, Temesvári Pelbárt g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. B megszerkesztése után T -t is megkaphatjuk, mint a B -ből k -hoz húzott érintő érintési pontját, és ekkor C -t m és a TO sugár metszéspontja adja. Ugyanis $TBC\Delta \simeq AOC\Delta$, mert C -nél levő szögek csúcsszögek és C -ből kiinduló oldalaik páronként egyenlők, ezért $OTB\angle = CTB\angle = CAO\angle = 90^\circ$, tehát TB a k érintője.

Huhn András (Szeged, Ságvári E. gyak. g. I. o. t.)

2. f megszerkesztéséhez O és B körül egyenlő sugarú köríveket kell rajzolnunk. Az első gyanánt célszerű magát k -t venni, ezért B körül is R sugárral rajzoljuk a k' ívet ². Ebből új magyarázatát adhatjuk a már kész szerkesztésnek. Ugyanis k' az A -ban érinti k_1 -et, ezért a feladatot így fogalmazhatjuk át: szerkesztendő olyan kör, mely érinti az egyenlő sugarú k és k' köröket (mindkettőt belülről), és középpontja m -en van. A szimmetria miatt e kör középpontja csak k és k' közös f szimmetriatengelyén lehet.

Reményi Katalin (Budapest XI., Szamuely T. ált. isk. VI. o. t.)



2. ábra

¹Lásd K. M. L. 25 (1962/11) 149. o.

²Az 1. ábrán f és k' pótlendő.

²Az 1. ábrán f és k' pótlendő.

II. megoldás. Két kör – ha egy síkban vannak – mindig hasonló helyzetben van. k és k_1 belső érintkezése miatt a külső hasonlósági pontjuk éppen T . Ha tehát megrajzoljuk k -nak azt az OD sugarát (2. ábra), amely párhuzamos és egyirányú k_1 -nek CA sugarával, akkor a DA egyenes k -ból kimetszi T -t. Az ehhez szükséges D pont a d -re merőleges átmérőnek az a végpontja, amely d -nek C -vel ellentétes partján van.

Deák László (Győr, Révai M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hasonlítsuk össze ezt a megoldást a 623. gyakorlat³ II. megoldásával.

III. megoldás. Megszerkesztjük r -et. Az OAC háromszögből

$$c^2 + r^2 = (R - r)^2, \quad r = \frac{R^2 - c^2}{2R} = \frac{R}{2} - \frac{c^2}{2R}.$$

A $c^2/2R$ szakaszt mindjárt megfelelő helyzetben úgy kapjuk, ha vesszük O tükörképét az előbbi D pontra – legyen ez E –, majd az EA -ra A -ban állított merőleges F metszéspontját OD -n. Ekkor az EAF derékszögű háromszögből $OF = OA^2/OE = c^2/2R$. Ezért – az OA -ra merőleges átmérő másik végpontját G -vel és OG felezőpontját H -val jelölve

$$FH = OH - OF = \frac{R}{2} - \frac{c^2}{2R} = r,$$

tehát C -t m -ből a H -n átmenő, AF -fel párhuzamos h egyenessel metszhetjük ki. A szerkesztés végrehajtásában F -et nélkülözhetjük: h a H -n átmenő és AE -re merőleges egyenes.

A számítás *Parai Adrienne* (Miskolc, XII. sz. ált. isk. VIII. o. t.) dolgozatából

IV. megoldás. Messe TO a k_1 -et másodszor J -ben, ekkor

$$OJ \cdot OT = OA^2\text{-ből} \quad OJ = R - 2r = c^2/R.$$

Legyen m és k egyik metszéspontja L , továbbá A vetülete OL -re M , LM felező pontja N . Ekkor az AOL derékszögű háromszögből

$$c^2 = OA^2 = OM \cdot OL = OM \cdot R, \quad \text{így} \\ OM = c^2/R = OJ, \quad ON = OC,$$

tehát C -t m -ből az O körül ON sugárral írt kör metszi ki.

Buócz Enikő (Miskolc, Kilián Gy. g. II. o. t.)

³K. L. M. 22 (1961/1) 17. o.