

A két kerék (ugyanazon időtartamra vonatkozó) fordulatszámainak $7 : 9$ -aránya azt jelenti, hogy van olyan pozitív egész k szám, amellyel az első kerék fogainak száma $9k$, a másodiké pedig $7k$. Valóban, $63k$ fognyi elfordulással az első kerék 7, a második 9 teljes fordulatot tesz. Eszerint a csere utáni kerek fogainak számai vagy $9k + 3$ és $7k - 3$, vagy $9k - 3$ és $7k + 3$.

Az első esetben biztosan fennáll $9k + 3 > 7k - 3$, ezért csak

$$(9k + 3) : (7k - 3) = 3 : 1 \text{ lehetséges, amiből } k = 1.$$

A második esetben mind a $9k - 3 > 7k + 3$, mind a $9k - 3 < 7k + 3$ aletre gondolnunk kell, de egyik sem pozitív egész k -t ad:

$$(9k - 3) : (7k + 3) = 3 : 1 \text{-ből } k = -1,$$

$$(9k - 3) : (7k + 3) = 1 : 3 \text{-ből } k = 3/5.$$

Eszerint a fogak száma $k = 1$ -gyel 9, ill. 7, és a 9 fogú kereket 12 fogúra, a 7-fogút 4-fogú kerékre cseréltük ki.

Kócza Éva (Fót–Gyermekváros, szakközépisk. I. o. t.)

Megjegyzés. Többen természetesnek vették, hogy „mivel a csere utáni $3 : 1$, vagy $1 : 3$ arányok értéke »erősebben« tér el az 1 értéktől, mint a csere előtti $9 : 7$, ill. $7 : 9$ arányok, azért csak úgy lehetséges megoldás, ha a kevesebb fogú kereket cseréljük még kevesebb fogúra.” Ezt bizonyítani kellett volna. A fenti megoldás azt mutatja, hogy valóban csak ez az eset lehetséges. Ha a fogszám nagyobbítása, ill. kisebbítése nem ugyanannyival történt volna, akkor bizonyára az említett „megoldók” több körültekintést mutattak volna.