

I. megoldás. Világos, hogy (1)–(3)-ban sem x , y , z , sem a nevezők nem lehetnek 0-k. Vegyük az egyenletek mindkét oldalának reciprokát, osszuk a bal oldalakon tagonként, ekkor az $\frac{1}{x} = u$, $\frac{1}{y} = v$, $\frac{1}{z} = w$ ismeretlenekre első fokú egyenletrendszert kapunk:

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = v + u = 3,$$

és hasonlóan $w + v = 4$, $u + w = 5$.

Az első két egyenlet összegéből a harmadikat kivonva $2v = 2$, azaz $v = 1$, és így az első két egyenletből $u = 2$, $w = 3$, végül

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = 1, \quad z = \frac{1}{3}.$$

Makai Endre (Budapest, Eötvös J. g. I. o. t.)

II. megoldás. A fenti fogást mellőzve sem sokkal nehezebb a megoldás. Fejezzük ki x -et és z -t (1)-ből, ill. (2)-ből:

$$(4) \quad x = \frac{y}{3y-1},$$

$$(5) \quad z = \frac{y}{4y-1},$$

és írjuk be ezeket (3)-ba. A bal oldalt $y \neq 0$ -val egyszerűsítve, majd $(3y-1)(4y-1)$ -gyel bővítve

$$\frac{\frac{y}{3y-1} \cdot \frac{y}{4y-1}}{\frac{y}{3y-1} + \frac{y}{4y-1}} = \frac{\frac{1}{3y-1} \cdot \frac{y}{4y-1}}{\frac{1}{3y-1} + \frac{1}{4y-1}} = \frac{y}{7y-2} = \frac{1}{5},$$

amiből $y = 1$. Most már (4) és (5)-ből $x = 1/2$, $z = 1/3$, és ez az eredmény mutatja, hogy a fenti bővítés megengedett volt, nem 0-val bővítettünk.

Marosi Judit (Budapest, Berzsenyi D. lg. I. o. t.)