

A kifejezések egyszerűbbek, áttekinthetőbbek lesznek, ha átmenetileg a következő jelöléseket vezetjük be:

$$(1) \quad A^2 + B^2 = D^2,$$

$$(2) \quad A^2 + B^2 - C^2 = D^2 - C^2 = E^2.$$

Ezekkel (1) így alakul:

$$(3) \quad \frac{AC + BE}{D^2} = \frac{(B + C)(A + E)}{D^2 + BC + AE}.$$

Képezzük a két oldal különbségét. Közös nevezőre hozás után a számláló:

$$S = (AC + BE)(D^2 + BC + AE) - D^2(B + C)(A + E).$$

A kivonandó $D^2(BE + AC + AB + CE)$, és a zárójel első két tagja a kisebbítendő első tényezőjét adja. Így

$$S = (AC + BE)(BC + AE) - D^2(AB + CE) = ABC^2 + A^2CE + B^2CE + \\ + ABE^2 - ABD^2 - CED^2 = AB(C^2 + E^2 - D^2) + CA(A^2 + B^2 - D^2).$$

Itt az első zárójelben (2) szerint, a másodikban pedig (1) szerint 0 áll, tehát a felírt egyenlőség valóban azonosság, hacsak A, B, C olyan számok, amelyekre mindkét oldalnak van értelme.

E a négyzetgyök mindkét értékét jelentheti, de természetesen mind a három helyen ugyanaz a gyök veendő.

Ferenczy Éva (Orosháza, Táncsics M. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Lényegében ugyanígy járunk el, ha (3)-ban a jobb oldali számláló tagokra bontása után észrevesszük, hogy az egyenlőség

$$\frac{F}{D^2} = \frac{F + G}{D^2 + H}$$

alakban írható, ahol $F = AC + BE$, $G = AB + CE$ és $H = AE + BC$. Így csak azt kell igazolnunk, hogy $G/H = F/D^2$. Ezt mutattuk meg a megoldás további részében.

Szirai József (Nagykőrös, Arany J. g. II. o. t.)