

I. megoldás. A sorrendre (vagyis a nevekre) való tekintet nélkül a 6 rajzszögnek 4 személy között való eloszlására a következő lehetőségek vannak:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) 6, 0, 0, 0; | d) 4, 1, 1, 0; | g) 3, 1, 1, 1; |
| b) 5, 1, 0, 0; | e) 3, 3, 0, 0; | h) 2, 2, 2, 0; |
| c) 4, 2, 0, 0; | f) 3, 2, 1, 0; | f) 2, 2, 1, 1. |

α) Az a), g) és h) lehetőségeket így is mondhatjuk: egy valakié 6, ill. 3, ill. 0 rajzszög, a többiek a maradékon egyenlően osztoznak. Vagy így: valakinek x , a többieknek y számú rajzszöge van, – ahol persze $x + 3y = 6$, és $x \neq y$. Nevezzük az x , y , y , y felsorolást az eloszlás képletének. Az előbbi „valaki” (az x) mindhárom esetben a 4 személy mindegyike lehet, ezért $3 \cdot 4 = 12$ ilyen eloszlás van.

β) A b) c) és d) esetek megegyeznek abban, hogy 2 személynek ugyanannyi rajzszöge van, a másik 2-nek pedig ezektől és egymástól különböző számú rajzszöge, az eloszlás képlete: x, y, z, z , ahol $x \neq y \neq z \neq x$. Az első olyan személy, akinek a többitől eltérő (x) számú rajzszöge van, 4-féleképpen vehető figyelembe. Ezt változatlanul hagyva a második (az y) a hátralevők közül 3-féleképpen választható. Ezzel már kiadódott, kik a z számú rajzszöggel bírók, tehát a személyek mindhárom esetben $4 \cdot 3 = 12$ -féleképpen rendelhető hozzá az eloszláshoz. Ilyen képletű eloszlás $3 \cdot 12 = 36$ van.

γ) Az e) és j) esetek az előbbiektől csak abban térnek el, hogy $x = y$. Ezért az előbbiekből 2-2 lehetőség megegyezik. Pl. ha előbb Péternek volt x , Rezsőnek y , most a „Rezső, Péter” sorrend ugyanazt az eloszlást adja. Így mindkét esetben $12 : 2 = 6$ lehetőség van, együttvéve $2 \cdot 6 = 12$.

δ) Végül az f) elosztás egyedülálló, csak így lehetséges, hogy mindenkinek más-más számú rajzszöge legyen. Egymás után kiválasztva a 3, a 2, az 1 rajzszög tulajdonosát, az elsőre 4-, a másodikra 3- és a harmadikra 2-féle kijelölés lehetséges, tehát az ilyen eloszlások száma $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Így az eloszlások száma az α), β), γ), δ) csoportokból $12 + 36 + 12 + 24 = 84$.

Hirka András (Pannonhalma, Bencés g. I. o. t.)

II. megoldás. Ha csak két fiúról lenne szó, úgy akárhány rajzszögük volna is együttesen, ez mindig a rajzszögek számánál 1-gyel többféleképpen oszthatna meg köztük. Ugyanis az egyik fiúé lehetne az összes rajzszög, vagy ennél 1-gyel, vagy 2-vel kevesebb, és így tovább, vagy 2; vagy 1, végül az is lehet, hogy egy rajzszög sem az övé. Ebből már mindig látjuk a másik fiú rajzszögeinek számát is.

Hasonlóan feladatunkban a négy fiút előbb csak két párba osztva, a párok között a 6 rajzszög 7-féleképpen oszthat meg, az első párnak

$$(1) \quad 6, 5, 4, 3, 2, 1, \quad \text{vagy} \quad 0$$

rajzszöge lehet, a fennmaradó

$$(2) \quad 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

rajzszög pedig a második pár tulajdonában van.

Tegyük fel most, hogy Péternek és Rezsőnek együtt 4 rajzszöge van, tehát a másik kettőre együttvéve 2 marad. Az első párban 5-, a másodikban 3-féle eloszlás lehetséges, és mivel az első pár mindegyik eloszlása összekapcsolódhat a második pár mindegyik eloszlásával, azért feltevésünk mellett a 4 fiú között $5 \cdot 3 = 15$ eloszlás lehetséges.

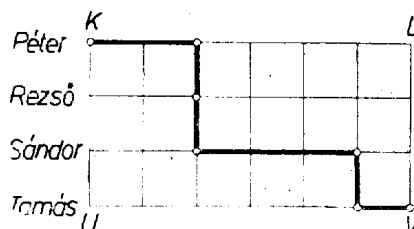
Végigmenve az (1) és (2) valamennyi két párba osztott lehetőségén a 4 fiúra

$$7 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 7 = 84$$

eloszlási lehetőséget kapunk.

Szép András (Budapest Rákóczi F. g. I. o. t.)

III. megoldás. Gondoljuk ábrázolva az eloszlási lehetőségeket a következők szerint. Rajzoljunk mindegyik fiú neve mellé annyi egységnyi hosszú (vízszintes) szakaszt, ahány rajzszöge van, ha pedig nincs rajzszöge, akkor egy 0 hosszúságú szakaszt (vagyis egy pontot). Illesszük ezeket egymás alá, ugyancsak egységnyi távolságban, majd Rezsőtől kezdve toljuk mindegyik szakasz kezdőpontját a megelőzőnek a végpontja alá.



1. ábra

Így Tamás szakaszának V végpontja 6 egységgel jobbra és 3 egységgel lefelé van Péter szakaszának K kezdőpontjától. Ábráinkat négyzethálós papíron készítve és a szomszédos szakaszpárok vég- és kezdőpontját összekötve egy-egy csupa hálózati egyenesen haladó, mindig vagy jobbra, vagy lefelé irányuló útvonalat kapunk K -tól V -ig. A feladat szövegében említett eloszlási példát az 1. ábra ábrázolja.

Más eloszláshoz más ilyen útvonal tartozik, és megfordítva minden olyan K és V közti útvonalhoz, amely az 1. ábra $KLVU$ téglalapjának kerületén vagy belső hálózati szakaszain halad, tartozik eloszlás.

Így csak azt kell megállapítanunk, hányféleképpen juthatunk el K -ból V -be a mondott feltételek megtartásával. Ezt a 2. ábra csomópontjaihoz az odavezető rész-utak számának beírásával kapjuk.

K	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	
1	3	6	10	15	21	28	
1	4	10	20	35	56	84	V

2. ábra

Az első sor és az első oszlop minden csomópontjához csak irányváltás nélkül, 1-féleképpen juthatunk el. Minden további csomóba akár a fölötte, akár a tőle balra álló csomóból érkezhünk, ezért az ideérkezési lehetőségek száma egyenlő az amazokhoz írt számok összegével. Így V -hez 84 út vezet, ennyi eloszlás lehetséges.

Raisz Miklós (Miskolc, Földes F. g. II. o. t.)