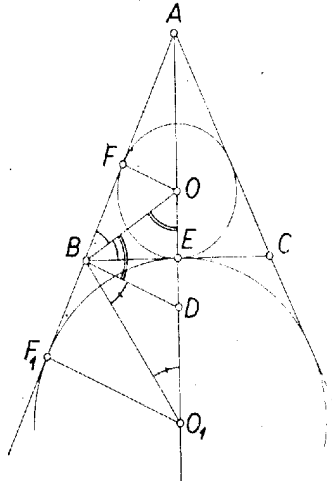


Legyen a háromszög beírt körének középpontja O , és a BC oldalhoz hozzáírt kör középpontja O_1 .



Nyilvánvaló, hogy mindkét kör E -ben érinti BC -t, ezért a következőket kell bizonyítanunk

- (1) $BD - ED = OE,$
(2) $BD + ED = O_1E.$

(1)-et átrendezve $BD = OE + ED = OD$, ami azt jelenti, hogy a DBO háromszög egyenlő szárú. Ezt fogjuk bizonyítani.
– BO felezi az ABC szöget, ezért

$$DBO \sphericalangle = 90^\circ - ABO \sphericalangle = 90^\circ - EBO \sphericalangle = EOB \sphericalangle = DOB \sphericalangle.$$

Ebből következik állításunk.

Hasonlóan (2)-ből $BD = O_1E - ED = O_1D$, tehát elegendő bebizonyítani, hogy a DBO_1 háromszög egyenlő szárú.
– BO_1 felezi az ABC szög külső szögét, ezért merőleges BO -ra. Így az előbbi egyenlőség felhasználásával:

$$\begin{aligned} DBO_1 \sphericalangle &= OBO_1 \sphericalangle - DBO \sphericalangle = 90^\circ - DOB \sphericalangle = 90^\circ - O_1OB \sphericalangle = OO_1B \sphericalangle = \\ &= DO_1B \sphericalangle, \end{aligned}$$

amiből állításunk következik.

Lukács Lidia (Püspökladány, Karacs F. g. I. o. t.)

II. megoldás. Érintsék a körök az AB egyenest F , ill. F_1 -ben, így $OF \parallel O_1F_1 \parallel DB$. A B -ből a körökhöz húzott érintőszakaszok egyenlőségéből $BF = BE = BF_1$, ezért BD az FOO_1F_1 trapéz középvonala, és így felezi az OO_1 szárat:

$$\begin{aligned} O_1F_1 + OF &= O_1E + OE = 2 \cdot BD, \quad \text{és} \\ O_1D - OD &= (O_1E - ED) - (OE + ED) = 0, \quad \text{amiből} \\ (4) \quad O_1E - OE &= 2 \cdot ED. \end{aligned}$$

Most már (3) és (4)-ből kivonással (1), összeadással (2) adódik.

Strommer Richard (Budapest, Piarista g. I. o. t.)