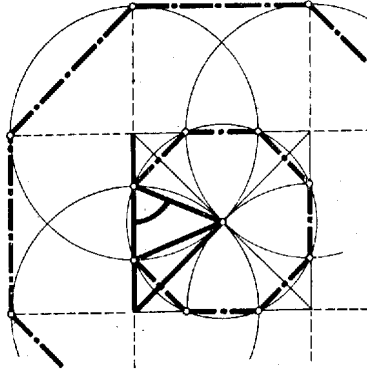


I. megoldás. A négyzet forgási és tükrözési szimmetriájából és a használt körök sugarának egyenlőségéből nyilvánvaló, hogy a 8 metszéspont egyenlő távolságra van a négyzet középpontjától, tehát a kérdéses nyolcszög köré kört lehet írni. Világos továbbá az is, hogy a nyolcszög oldalai közül a négyzet oldalain fekvő 4 oldal egymás között egyenlő, valamint a köztük fekvő további 4 is. Elég tehát azt belátnunk, hogy a nyolcszög két szomszédos oldala egyenlő, mert így a nyolcszög egyrészt egyenlő oldalú, másrészt körbe írható, tehát szabályos.



Kössük össze a középpontot a négyzet egy csúcsával és az innen kiinduló oldalak egyikén fekvő nyolcszögcsúcsokkal. A kapott 2 háromszög egyike a nyolcszög körülírt körének középponti háromszöge, tehát egyenlő szárú. A két háromszöget magába foglaló háromszög pedig szerkesztésnél fogva egyenlő szárú. E két egyenlő szárú háromszög hasonló, mert egy szögük közös és ez mindkettőben az alapon levő szög. Ezért a középponti háromszög oldalai között akkora szög van, mint a négyzet oldala és átlója között, vagyis 45° . Mivel pedig ábránk 4-es forgási szimmetriája miatt 2 szomszédos középponti háromszög középponti szögeinek összege 90° , azért mindegyik középponti szög 45° -os, a középponti háromszögek egybevágók, és a nyolcszög oldalai egyenlők.

Kováts Rózsa (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)

II. megoldás. Számítással mutatjuk meg, hogy a nyolcszög bármely két szomszédos oldala egyenlő. Legyen a négyzet oldala c , így átlójának fele $c\sqrt{2}/2$, tehát a négyzetoldalakkól a felhasznált körökön kívül eső darab hossza $d = c - c\sqrt{2}/2 = c(2 - \sqrt{2})/2$. Ebből $c = d(2 + \sqrt{2})$, és így a négyzetoldalon fekvő nyolcszögoldal hossza $c - 2d = d(2 + \sqrt{2} - 2) = d\sqrt{2}$, ez pedig éppen az átlóval párhuzamos nyolcszögoldal hossza.

A nyolcszög szögei is egyenlők, mert mindegyik mellett 45° -os külső szög fekszik, a levágott egyenlő szárú derékszögű háromszögek egy-egy hegyes szöge. Ezek szerint a nyolcszög összes oldalai, valamint összes szögei egyenlők, tehát a nyolcszög szabályos.

Fóthi Ákos (Monor, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Hasonlóan lehet belátni, hogy a felhasznált 4 körnek az oldalak meghosszabbításán levő metszéspontjai ugyancsak egy szabályos nyolcszög csúcsai.