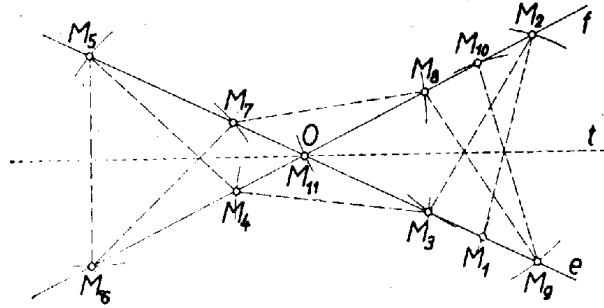


Az $OM_1M_2, M_1M_2M_3, M_2M_3M_4, \dots, M_8M_9M_{10}, M_9M_{10}M_{11}$ háromszögek – jelöljük őket sorra $H_1, H_2, H_3, \dots, H_{10}$ -zel – szerkesztésnél fogva egyenlő szárúak, és $OM_2, M_1M_3, \dots, M_9M_{11}$ alapjuk váltakozva az f, e egyenesen van.



Szögeikből megkapjuk az $M_1M_2, M_2M_3, \dots, M_{10}M_{11}$ szakasznak e és f -fel bezárt szögeit. Jelöljük a $180^\circ/11$ szöget α -val, így a szögek összege 11α , és α többszörösei közül 5α még hegyes szög, 6α már tompa.

Az OM_1M_2 háromszögben $M_1OM_2 \angle = M_1M_2O \angle = 3\alpha$ (nem lehet ugyanis szó e és f 8α nagyságú tompaszögéről), ezért $OM_1M_2 \angle = 11\alpha - 2 \cdot 3\alpha = 5\alpha$. Ez hegyes szög, tehát M_3 az M_1 -nek azon az oldalán adódik, ahol O van. – H_2 -ben $M_1M_3M_2 \angle = 5\alpha$, így $M_1M_2M_3 \angle = \alpha < M_1M_2O \angle$, tehát M_3 az OM_1 szakaszon van, és $M_2M_3O \angle = 6\alpha$, $M_3M_2O \angle = 2\alpha$. – H_3 -ban $M_3M_4M_2 \angle = 2\alpha$, így $M_2M_3M_4 \angle = 7\alpha > M_2M_3O \angle$, tehát M_4 az M_2 -ből nézve O -n túl van, és $M_4M_3O \angle = \alpha$. – H_4 -ben $M_3M_5M_4 \angle = \alpha$, így $M_3M_4M_5 \angle = 9\alpha > M_3M_4M_2 \angle$, tehát M_5 az M_3 -ből nézve O -n túl van, és $M_5M_4O \angle = 7\alpha$, tompa szög. – Ezért H_5 -nek $M_5M_4M_6$ és $M_5M_6M_4$ szögei ennek kiegészítő szögei, nagyságuk 4α , tehát M_6 az O -ból nézve M_4 -en túl van, továbbá $M_4M_5M_6 \angle = 3\alpha$, és ezért $M_6M_5O \angle = 4\alpha$.

Az $M_5M_6M_4 \angle = M_5M_6O \angle = M_6M_5O \angle = 4\alpha$ egyenlőség szerint az OM_5M_6 háromszög egyenlőszárú, vagyis M_6 az M_5 tükörképe az e és f közti 3α nagyságú szög t felezőjére nézve. Ez pedig azt jelenti, hogy M_7 -nek M_6 -ból való szerkesztése tükörképe annak ahogyan M_5 -ből visszajutnánk M_4 -re, vagyis M_7 az M_4 tükörképe t -re. Ugyanígy M_8, M_9, M_{10} rendre az M_3, M_2, M_1 tükörképe, végül a kérdéses M_{11} az O tükörképe t -re. És mivel O rajta van t -n, azért M_{11} egybeesik O -val. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Raisz Miklós (Miskolc, Földes F. g. II. o. t.)